PDF Compressor Free Version

دانشگاه فنی و حرفه ای

جزوه تحلیل سازه ۱

آقای مهندس جمالی

دانشکده فنی و حرفه ای پسران بروجرد

تهیه و تنظیم جزوه: رضا آژن

PDF Compressor Free Version

Date: / /

Subject:

« تحلیل سازه »

فصل یک: درجه نامعینی - پایداری سازه‌ها

فصل دوم: ترسیم دیاگرام نیروی برشی و لنگر خمشی، تیر و قاب

فصل سوم: خط تاثیر

فصل چهارم: تغییر شکل سازه‌ها و روش‌های محاسبه‌ی آنها

PDF Compressor Free Version

Date: / / Subject:

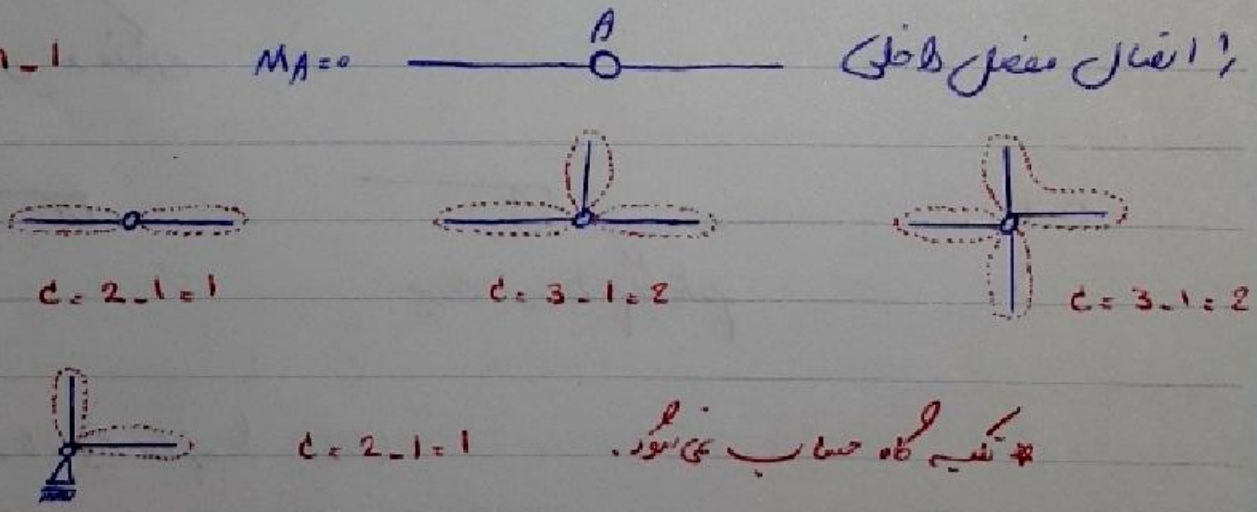
فصل اول: درجه نامعینی و پایداری سازه ها

- انواع معادلات تعادل
  1. تعادل: صفحه / فضا
  2. شرطی (c): هرجا که یک اتصال باشد امکان داشتن معادله شرطی وجود دارد.

فرمول: $c = 3 + C$ = تعداد معادلات

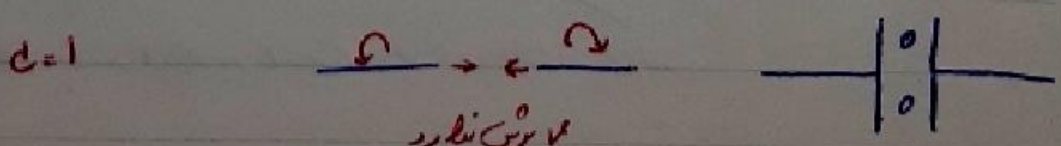
- انواع اتصالات در سازه

1. اتصال مفصل داخلی: $M_A = 0$



* تکیه گاه حساب نمی شود.

2. اتصال مفصلیت شده:
همگذر آن شبیه تکیه گاه مش است ولی در اتصال تکیه گاه نیست (فقط یک اتصال است).



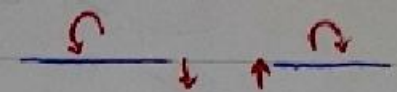
PDF Compressor Free Version

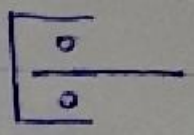
Date: / /

Subject:

۳ اتصال تکساده‌ای:
عملکرد آن شبیه تکیه‌گاه ثابت است ولی در کل تکیه‌گاه نیست.

C=1

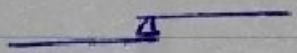




نیروی محوری ندارد.

۴ اتصال یک غلطکی (غلطک داخلی)

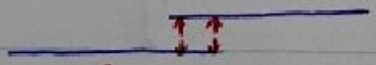
C=2



محوری و گشتاوری نداریم.

۵ اتصال دو غلطکی

C=1



نیروی محوری نداریم گشتاور داریم

- درجه نامعینی سازه ها (DI)

$DI = R - r$ $\qquad$ $DI = R - (3 + C)$

تعداد عکس العمل تکیه گاهی — تعداد معادلات (3 + C)

نکته: در سازه‌ها هر گره صلب درجه نامعینی به سازه اضافه می‌کند.

$$DI = R + (n * 3) - (3 + C)$$

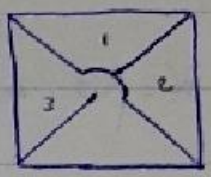
DI: درجه نامعینی سازه — R: تعداد قیدهای تکیه گاهی — n: تعداد گره صلب — (3 + C): تعداد معادلات شرطی

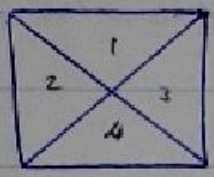
PDF Compressor Free Version

Date: / / Subject:

نکته: تعداد کابل‌های بسته در شرایط خاص ممکن است تغییر کند.

در شرایطی که عضوهای ضربدری داریم به این صورت است:





* عضوهای ضربدری از روی هم رد شده‌اند.

$n = 3$

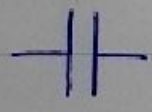
$n = m - n + 1$

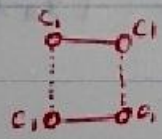
عضوهای ضربدری به هم وصل شده‌اند.

$n = 4$

نکته: اگر بخواهیم عکس العمل‌های تکیه‌گاهی و اتصالات نامعین‌مان را بیابیم کرده که در اینجا معادل است با حذف کردن اتصالات یا میله‌ها، به شرطی که به پایداری هندسی و تعداد میله‌ها تأمین شود.

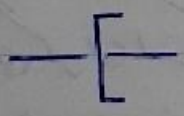
$c = 1$

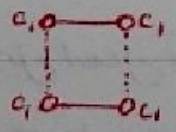




$4 - 3 = 1$ کافی است

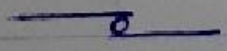
$c = 1$

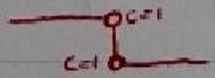




$4 - 3 = 1$

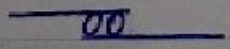
$c = 2$

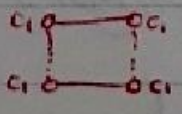




✓

$c = 1$





$4 - 3 = 1$

نکته: در تکیه‌گاه، فنر قائم خیلی سختی فنر را بسیار بی‌نهایت بزرگ در نظر می‌گیریم به تکیه‌گاهی تبدیل می‌شود که در راستای قائم جابجایی = ۰ است.

در نتیجه می‌توانیم بیایی این تکیه‌گاه، از تکیه‌گاه غلطکی تعاریف.

$$F = k \cdot \Delta \rightarrow \Delta = \frac{F_{ext}}{k \to +\infty} = 0$$

PDF Compressor Free Version

Date: / / Subject:

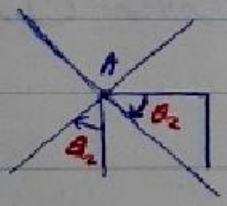
نکته: اگر سختی فنر بینهایت یا بسیار بی نهایت مثل دمپر تبدیل به تکیه گاه می شود که درجات آزادی دوران و سر صفر و دوران صفر است.

تکیه گاه هایی که دوران در آنها صفر است عبارت است از گیردار - مفصل شده - تکسویه لذا ما کاریم از این ۳ تکیه گاه استفاده نمایم.

$$M = K\theta \cdot \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = \frac{M_1}{K\theta} = \Delta\theta_2$$

گره صلب:

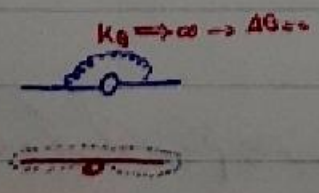
گره ای که دوران های طرفین آن با هم برابر است هم از نظر مقدار هم از نظر جهت و برای تشخیص جهت دوران در گره صلب یک خط افقی و مماس با آن گره و از شکل اولیه به سمت تغییر شکل یافته حرکت می کند جهت حرکت همان جهت دوران است.



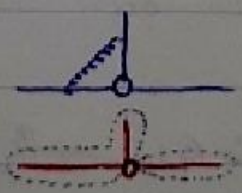
گره صلب: $(\hat{\theta}_A)_L = (\hat{\theta}_A)_R$

نکته: گره مفصلی گره ای است که در حل اتصال تیر و ستون لنگر صفر است و دوران های چپ و راست با هم برابر نیست (هم مقدار، هم جهت).

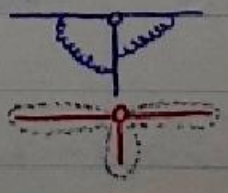
- شکل های زیر بین از تغییر بصورت زیر اصلاح می شود.



C = 1 - 1 = 0



C = 2 - 1 = 1



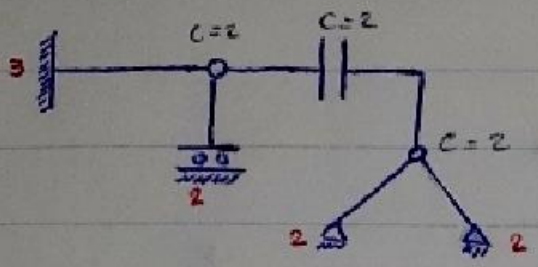
C = 1 - 1 = 0

PDF Compressor Free Version

Date: / /

Subject:

مثال: درجه نامعینی سازه‌های زیر را بدست آورید.



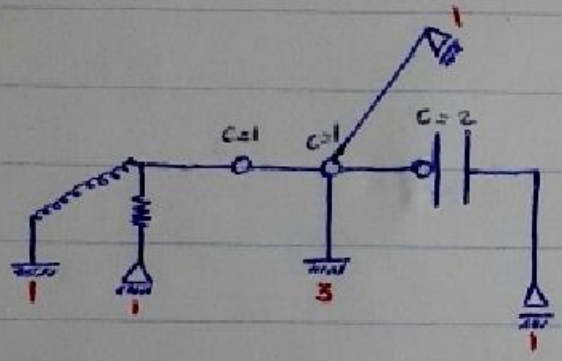
$DI = R + (n+3) - (C+3)$

$R = 9$

$n = 0$

$C = 5$

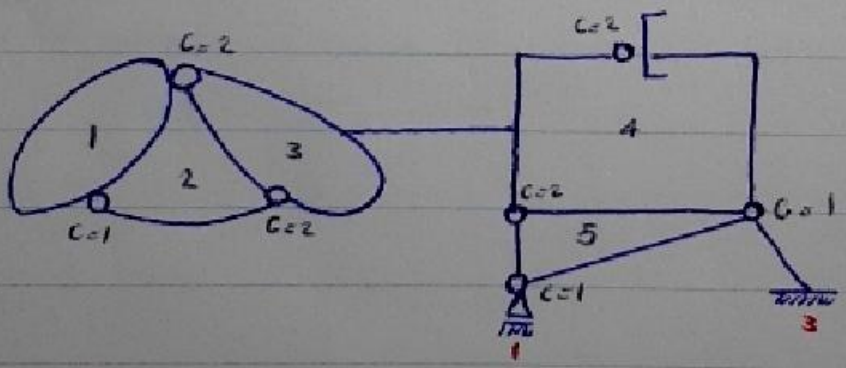
$DI = 9 + (0 \times 3) - (\overbrace{5+3}^{8}) = \underline{1}$



$DI = 7 + (0)(3) - (\overbrace{3+4}^{7}) = 0$

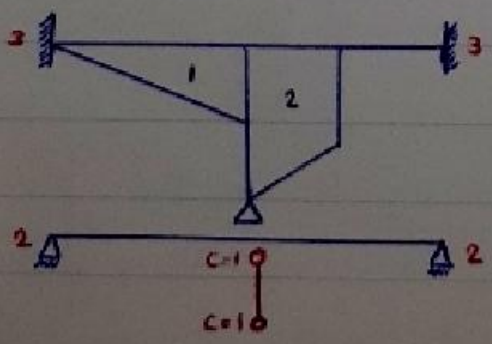
نامعین

$1+1=2$



5 کار بسته

$DI = 4 + (\underbrace{5 \times 3}_{15}) - (\underbrace{3+11}_{14}) = 19 - (14) = \underline{5}$

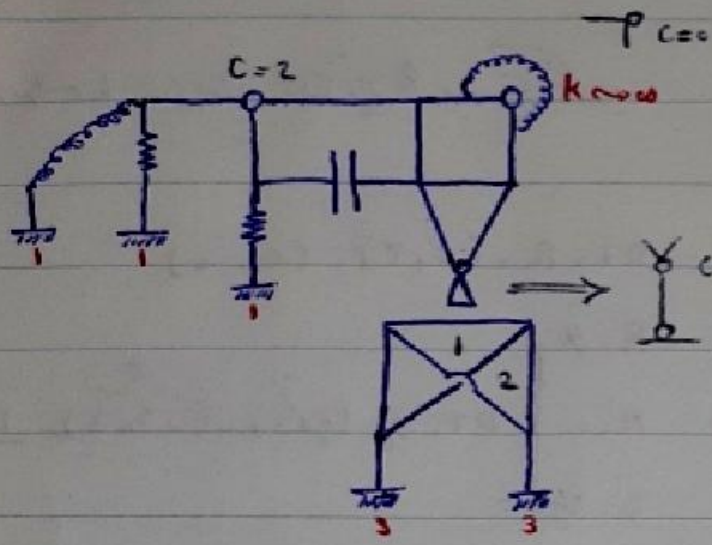


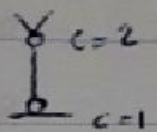
$16 - 5 = \underline{11}$

PDF Compressor Free Version

Date: / /

Subject:





$DI = 9 + (15) - (3+6) = 15$

PDF Compressor Free Version

Date: / /

Subject:

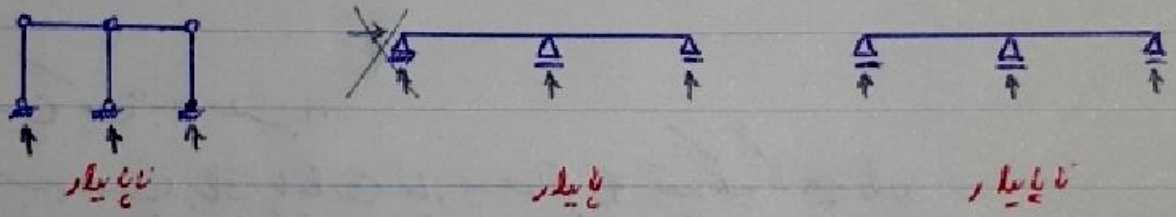
پایداری سازه ٤

ناپایداری سازه ٤:

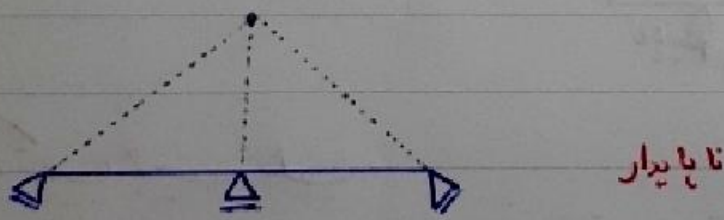
هر سازه ای که یکی از این چهار شرط ناپایداری را داشته باشد سازه ی ناپایدار است.

شرایط ناپایداری:

۱ قرار گرفتن حداقل سه تکیه گاه ها بصورت موازی



۲ هم راس بودن حداقل سه تکیه گاه ها در یک نقطه



۳ درجه نامعینی (DI) عددی منفی شود.

$$DI = R + (n*3) - (c+2) < 0$$

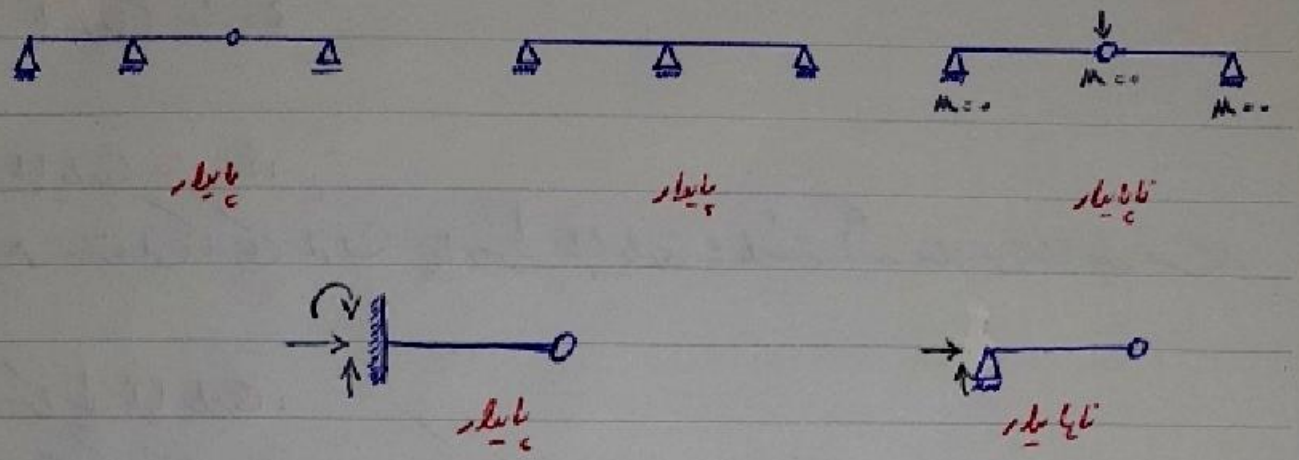
۴ قرار گرفتن سه مفصل در یک راستا بطوری که مفصل داخلی تکانایی جابجایی نداشته باشد

نکته: (مفصل داخلی) هرگاه حداقل در هر طرف سه تکیه گاه ها داشته باشد قابلیت جابجایی ندارد.

PDF Compressor Free Version

Date: / /

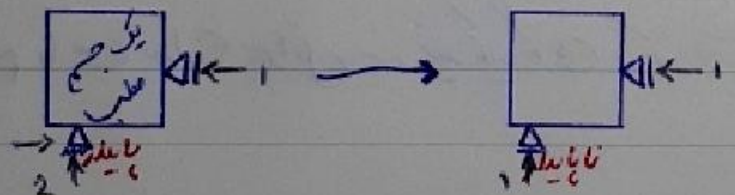
Subject:



- اصول ترکیب اجسام

۱ ترکیب یک جسم صلب:

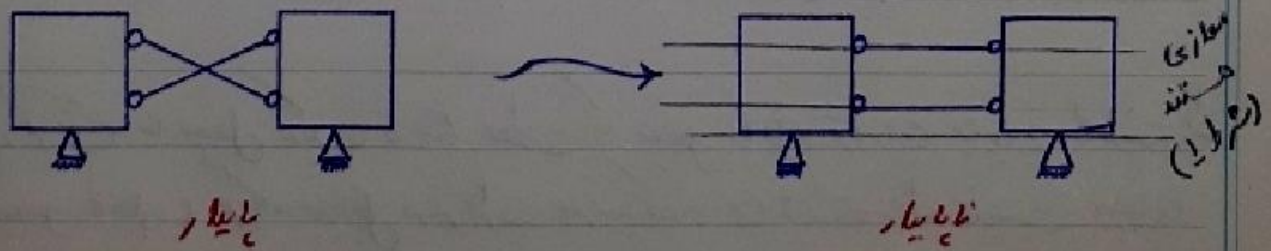
یک جسم صلب برای پایداری نیاز به حداقل 3 قید تکیه گاهی دارد.



۲ ترکیب ۲ جسم صلب:

۲ جسم صلب برای پایداری نیاز به حداقل 6 قید تکیه گاهی دارد.

نکته: هرگاه راستای تکیه گاه ها با راستای میله ها موازی باشد سازه ناپایدار است.



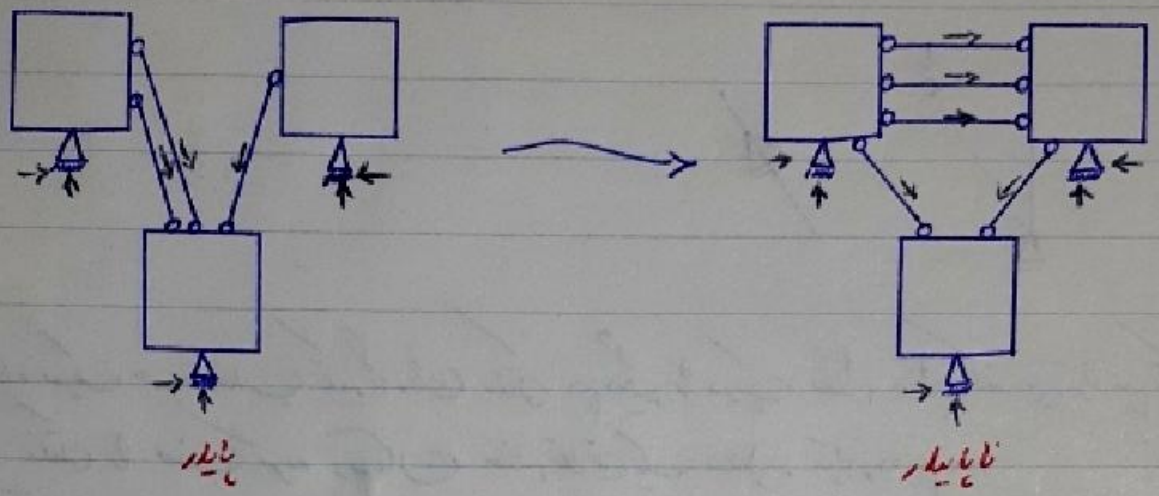
PDF Compressor Free Version

Date: / /

Subject:

3) سه جسم صلب

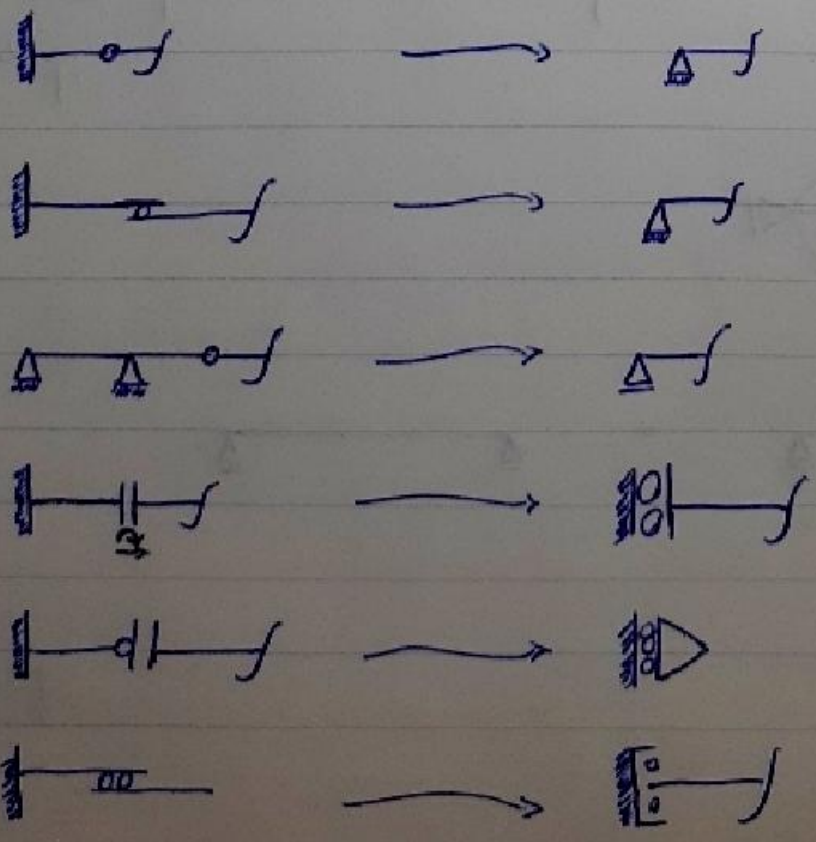
سه جسم صلب برای پایداری نیاز به حداقل ۹ تکیه گاه دارد.



چند نکته برای ساده سازی سازه ها:

۱) اجسام صلبی که حداقل با سه قید به زمین متصل شده باشد جزئی از زمین می باشند، لذا با قرار دادن تکیه گاه در محل اتصال می آنها سازه را می توانیم ساده تر کنیم.

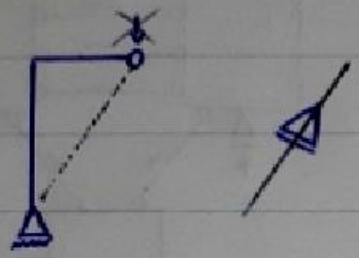
نکته قابل توجه در این قسمت این است که آن تکیه گاهی که قرار می دهیم در راستای اتصال مورد نظر ما تامین نماید.



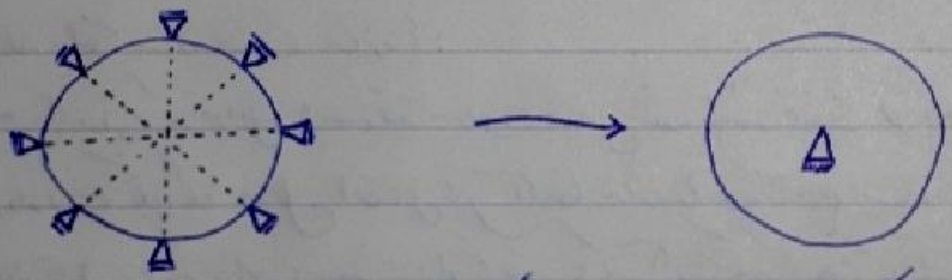
PDF Compressor Free Version

Date: / / Subject:

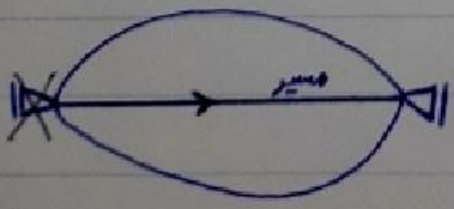
۲) هرگاه یک جسم یک طرف آن تکیه‌گاه مفصلی و طرف آن مفصل داخلی باشد (روی مفصل داخلی بارگذاری نشده باشد) می‌توانیم مماسهای آن دو سر مفصل یک تکیه‌گاه غلتکی قلمدهیم.



۳) هرگاه چند جسم صلب تکیه‌گاه‌های غلتکی هم دیگر را در یک نقطه قطع کنند می‌توانیم تکیه‌گاه‌های غلتکی را حذف کرده و در آن نقطه تلاقی یک مفصلی قرار دهیم.



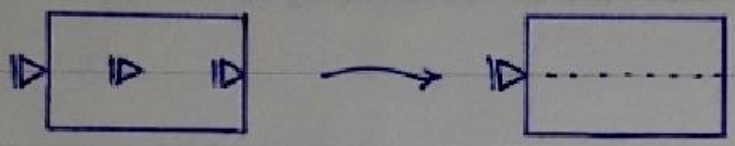
۴) هر جسم صلب تکیه‌گاه غلتکی را می‌توانیم به شرط آنکه مسیری وجود داشته باشد جابجا نمائیم.



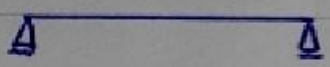
PDF Compressor Free Version

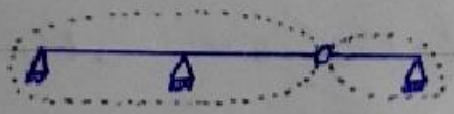
Date: / / Subject:

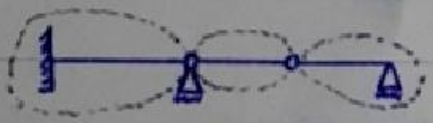
۵) اگر چند تکیه‌گاه غلتکی در یک راستا باشند می‌توانیم آن‌ها را به یک تکیه‌گاه غلتکی در همان راستا تغییر دهیم.

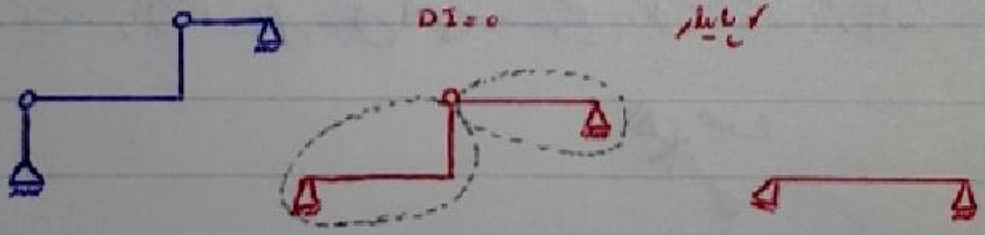


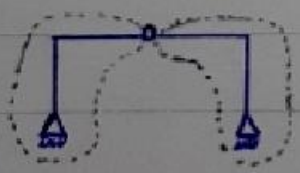
مثال:

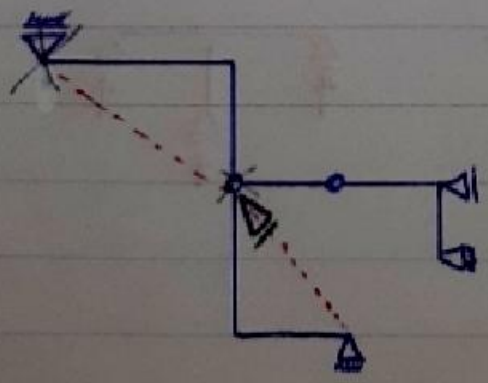
1)  DI=0 ✓ پایدار

2)  DI=ℓ ✓ پایدار

3)  DI=ℓ ✗ ناپایدار

4)  DI=0 ✓ پایدار

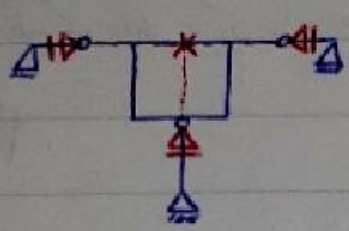
5)  ✓ پایدار

6)  DI=0 ✓ پایدار

PDF Compressor Free Version

Date: / / Subject:

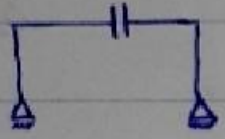
۷)

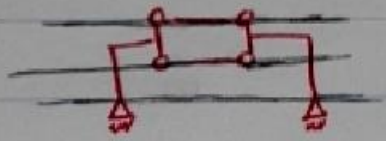


هر یک عضو هم یکدیگر را قطع می‌کنند. ناپایدار

DI. $6+(1\times3)-(3+3)=\underline{3}$

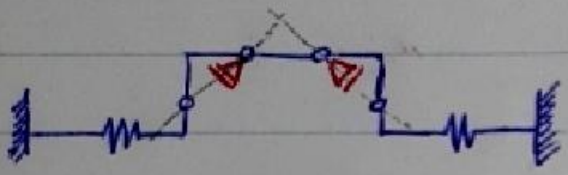
۸)





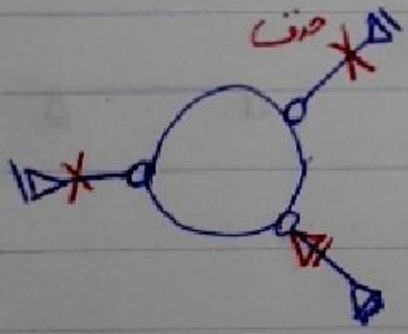
موازی هستند. ناپایدار

۹)

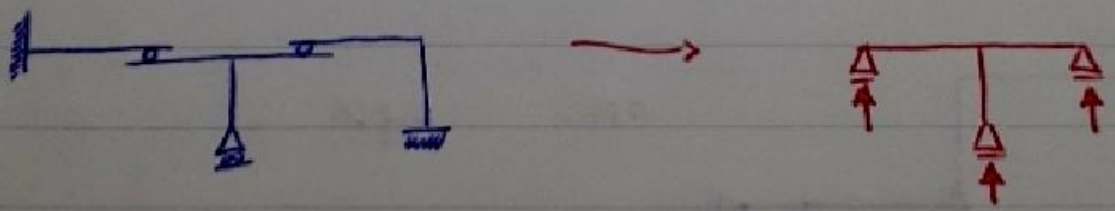


موازی و هر یک عضو هم یکدیگر را قطع می‌کنند. ناپایدار

نکته: در یک جسم صلب هست هایی وجود دارد که تأثیری در پایداری سازه ندارند و می‌توانیم آنها را حذف نماییم. هست هایی که یک سر آن اتصال مفصل داخلی و سر دیگر آن تکیه‌گاه غلطکی باشد می‌توانیم حذف کنیم.



مثال: ناپایدار



PDF Compressor Free Version

Date: / /

Subject:

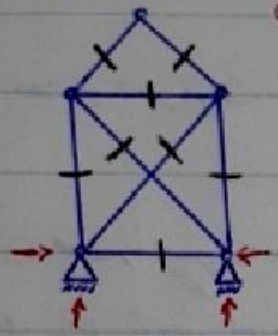
خرپا ها

درجه نامعینی خرپا:

$$DI = M + R - 2d$$

M: تعداد اعضا — R: تعداد عکس‌العمل‌ها — d: تعداد گره‌ها

مثال:

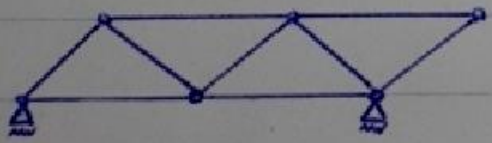


$$DI = 8 + 4 - 2(5) = 12 - 10 = 2$$

انواع خرپا ها از نظر شکل پیدایش:

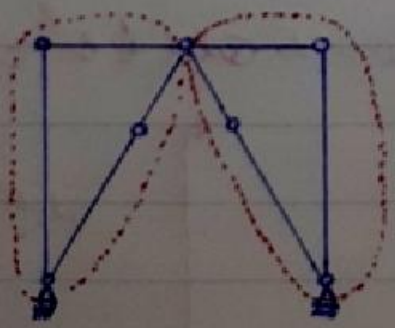
۱- خرپای ساده:

خرپایی است که با استفاده از توزیع مثلثی شکل می‌گیرد.



۲- خرپای مرکب:

از تشکیل چند خرپای ساده، خرپای مرکب شکل می‌گیرد.



PDF Compressor Free Version

Date: / / Subject:

3 خرپای بغرنج (مبهم).

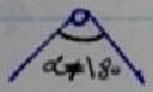
پایداری خرپاها:

در پایداری خرپاها، هر خرپای ساده حکم یک جسم صلب است و این جسم صلب های پایداری نیاز به 3 قید تکیه گاهی دارد.

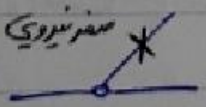
نکته: اعضای صفر نیروی در پایداری خرپا تأثیری ندارند و می توان آنها حذف کرد.

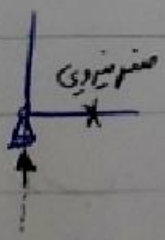
اعضای صفر نیروی در خرپا: (پایداری)

۱) اگر از مفصل ۲ عضو بگذرد و نیروی بیرونی آن ۲ مفصل نباشد هر ۲ عضو صفر نیرویی هستند. (زاویه باید نیواز 180° باشد).



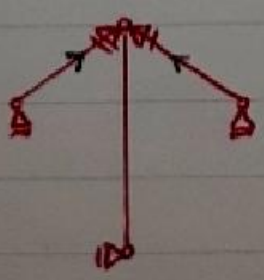
۲) از یک مفصل 3 عضو بگذرد بطوری که روی مفصل نیرو نباشد و نیروی ۲ عضو آن روی یک راستا باشند، عضو سوم بار نادیده صفر نیرویی خواهد بود.





مثال: شرایط پایداری و ناپایداری خرپاهای زیر را بررسی کنید:

۱)



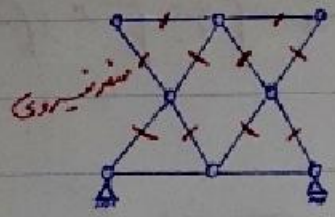
ناپایدار

PDF Compressor Free Version

Date: / /

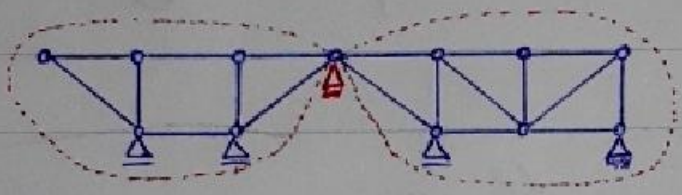
Subject:

2)



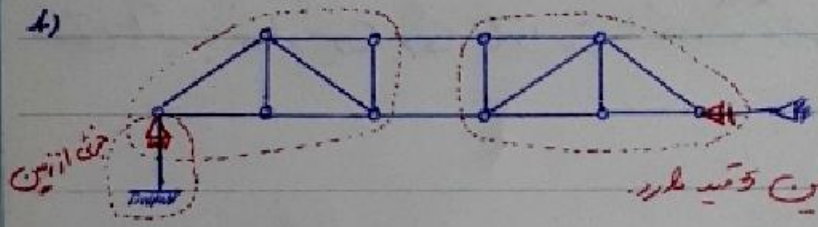
نا پایدار

3)



پایدار

4)

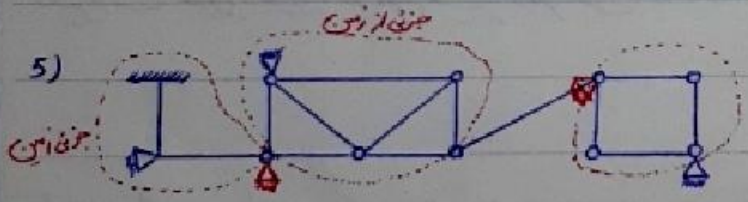


نا پایدار

باید حداقل ۶ درجه ضلب باید حداقل

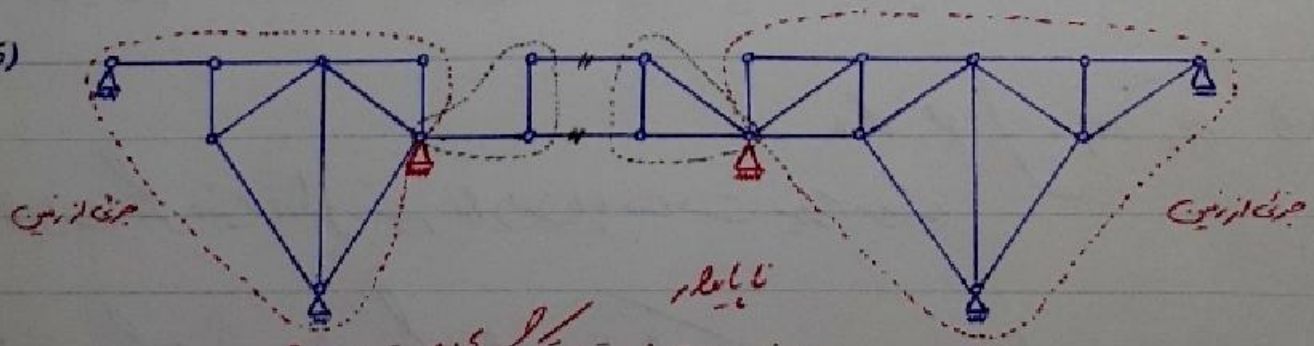
شش تیغه داشته باشد ولی این وجود ندارد.

5)



پایدار

6)



نا پایدار

محاسبه بدون ناسنتی تکیه گاه‌ها ناسنتی میله‌ای.

PDF Compressor Free Version

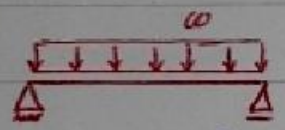
Date: / / Subject:

فصل دوم: ترسیم دیاگرام نیروی برشی و لنگر خمشی، تیر و تاب

تیر:

در درس استاتیک کامل بدان پرداختیم و فقط خلاصه‌ای از روابط را می‌نویسیم و تفسیر می‌کنیم.

روابط:

① 

$\frac{dV}{dx} = w$

مشتق یا شیب نمودار نیروی برشی برابر است با شدت بار گسترده وارد بر تیر.

② $V_2 - V_1 = \int w \cdot dx$

تغییرات نیروی برشی در طول تیر برابر است با مساحت بار گسترده.

③ $\frac{dM}{dx} = V$

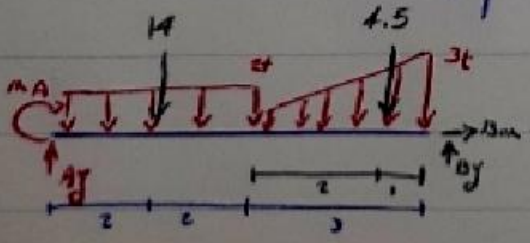
مشتق یا شیب نمودار لنگر خمشی برابر است با نیروی برشی وارد بر تیر.

④ $M_2 - M_1 = \int V \cdot dx$

تغییرات لنگر خمشی در طول تیر برابر است با مساحت نیروی برشی

مثال: دیاگرام نیروی برشی و لنگر خمشی تیر زیر را رسم کنید.

①



$\leftarrow \sum F_y = 0 \rightarrow Ay - 14 - 4.5 + 5 = 0$

$Ay = 14 + 4.5 - 5$

$Ay = 13.5 \text{ ton}$

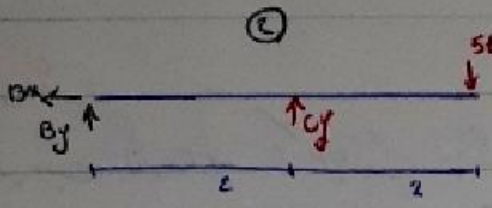
$\leftarrow \sum M_A = 0 \rightarrow MA + (14 \times 2) + (4.5 \times 6) = 5 \times 7$

$MA + 28 + 27 = 35 \rightarrow MA = -28 - 27 + 35 = -20$

PDF Compressor Free Version

Date: / /

Subject:

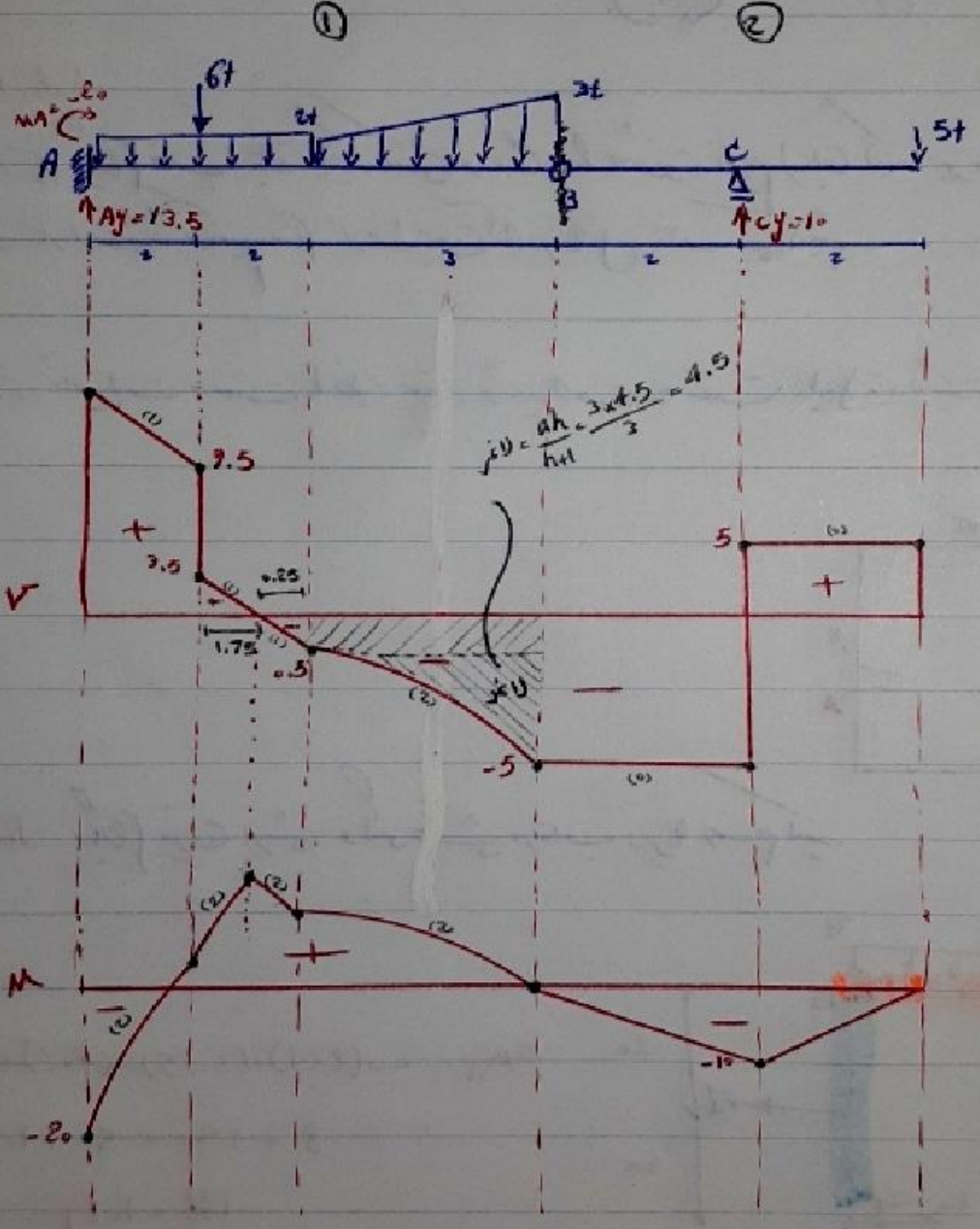


$\leftarrow \sum MB=0 \rightarrow Cy \times 2 = 5 \times 4$

$\sum Cy = 10 \rightarrow Cy = 10t$

$\leftarrow \sum fy=0 \rightarrow By + 10 - 5 = 0 \rightarrow By = -10 + 5 = -5$

جهت اشتباه است.



$\text{نیرو } V$

$\text{لنگر } M$

نکته: در خمش همیشه انتقال باید صفر شود.

انتقال در موقع گیردار بود، بقیه رسم دیاگرام خمشی از صفر شروع می‌شود از نقطه A (مورد) شروع می‌شود.

RDF Compressor Free Version

Date: / / Subject:

لنگر مثبت:

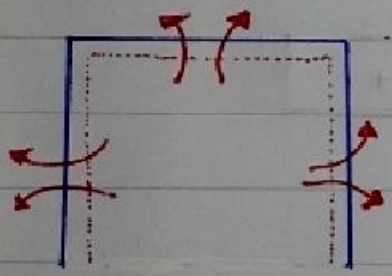
لنگر مثبت لنگری است که باعث می‌شود که تست‌ها زیرین تار خنثی کشیده می‌شوند و تست‌ها بالای تار خنثی فشرده می‌شود.

(لنگر منفی) (لنگر مثبت)

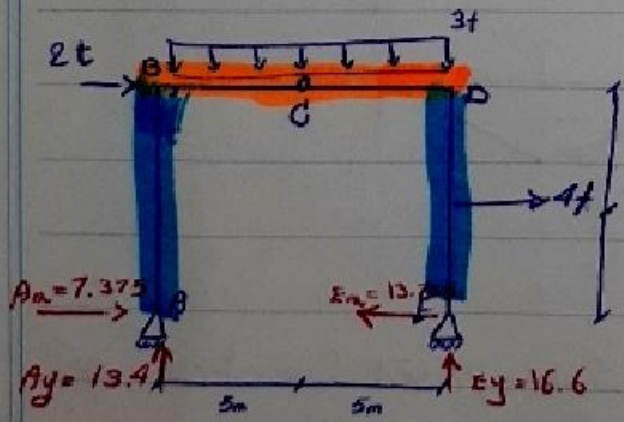
قرارداد:

در ترسیم دیاگرام قاب برای اینکه کشش و فشار را مشخص نمایم (برای اینکه نیروها پایه یا بنویسیم) از یک تار استفاده می‌کنیم به نام تار خط چین که در داخل قاب می‌کشیم

نکته: تغییرات به سمت داخلی منفی و تغییرات به سمت بیرون مثبت است.



مثال: دیاگرام نیروی برشی و لنگر خمشی در قاب زیر را رسم کنید.



$\sum M_A = 0 \rightarrow (2\times4)+(3\times5)+(4\times2) = 10E_y$

$8 + 15 + 8 = 10E_y$

$166 = 10E_y$

$E_y = 16.6t$

$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y - 30 + 16.6 = 0$

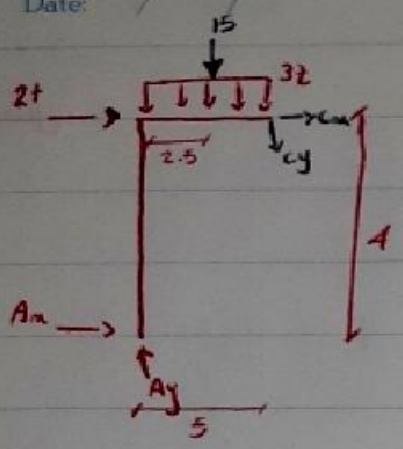
$A_y = 30 - 16.6 = 13.4t \rightarrow A_y = 13.4t$

13.6t

PDF Compressor Free Version

Date: / /

Subject:



* از تقارن جلو می‌گیریم،

$\leftarrow \sum M_C = 0 \rightarrow 4A_m + (15 \cdot 2 \times 5) = (13.4 \times 5)\ 4A_m +$

$+ 37.5 = 67$

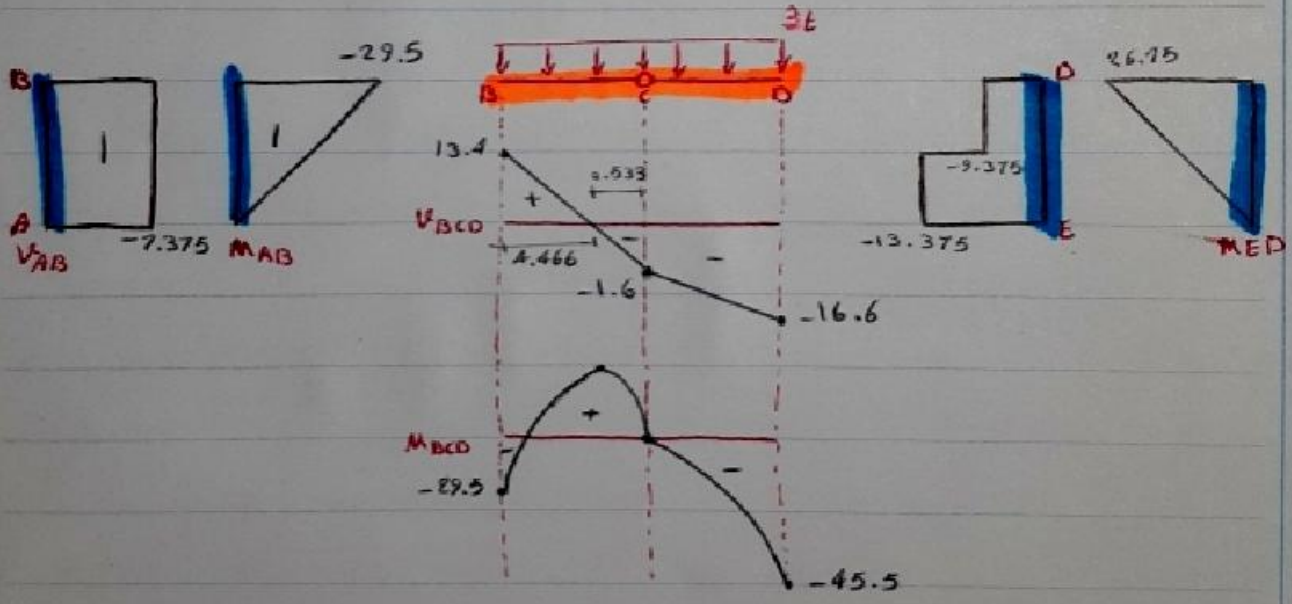
$\sum A_m = 29.5 \rightarrow A_m = 7.735\,t$

$\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow 7.375 + 2 + 4 + E_m = 0$

$E_m = -7.375 - 2 - 4 = -13.735 = E_m$

جهت اشتباه +

- برای ترسیم دیاگرام ابتدا تار خط چین ها می‌کشیم تا مشخص کند روی دیرون سازه کجاست.

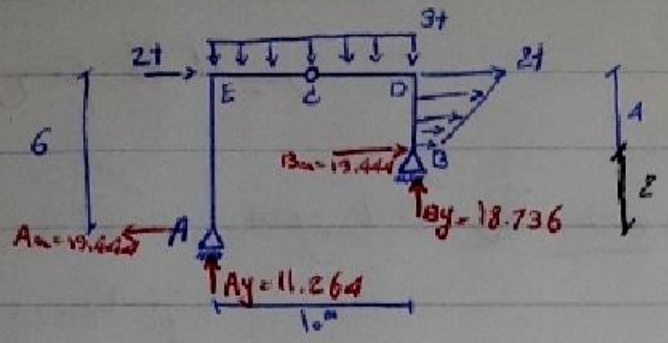


PDF Compressor Free Version

Date: / /

Subject:

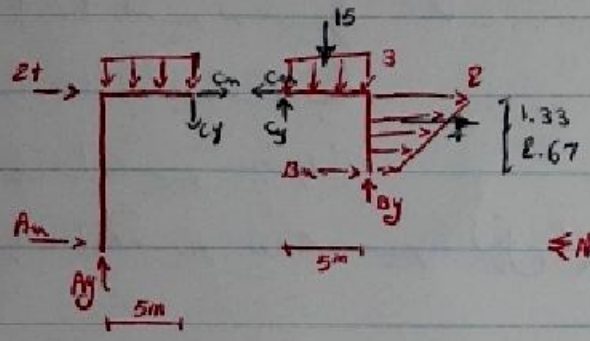
مثال:



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow (2\times 6)+(3\times 5)+(4\times 4.66)+(Bm\times 2)=By\times 10$$

(1)*

2 مجهول! سراغ 2 از وسط جدا می‌کنیم.



$$\sum M_C = 0 \Rightarrow (15\times 2.5) = (4\times 1.33)+(By\times 5)+(Bm\times 4)$$

$$37.5 - 5.32 = 4Bm + 5By$$

$$4Bm + 5By = 32.18 \quad (2)*$$

$$\times -2 \begin{cases} 2Bm - 10By = -18.64 \\ 4Bm + By = 32.18 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} -4Bm + 20By = +361.28 \\ 4Bm + 1By = 32.18 \end{cases}$$

$$21By = 393.46 \hookrightarrow By = 18.736$$

$$4Bm + 18.736 = 32.18 \hookrightarrow Bm = 13.444\ t$$

با جای گذاری $\sum F_y = 0 \hookrightarrow Ay - 30 + 18.736 \hookrightarrow Ay = 11.264\ t$

با جای گذاری $\sum F_x = 0 \hookrightarrow Am + 2 + 4 + 13.444 = 0$

$$Am = -2 - 4 - 13.444 = -19.444$$

$\leftarrow Am$

PDF Compressor Free Version

Date: / /

Subject:

فصل سوم: خط تاثیر

اثر پذیری یک عکس العمل از تاثیر گیری بار واحد در قسمت های مختلف سازه با خط تاثیر می نامیم.

انواع مختلف خط تاثیر:

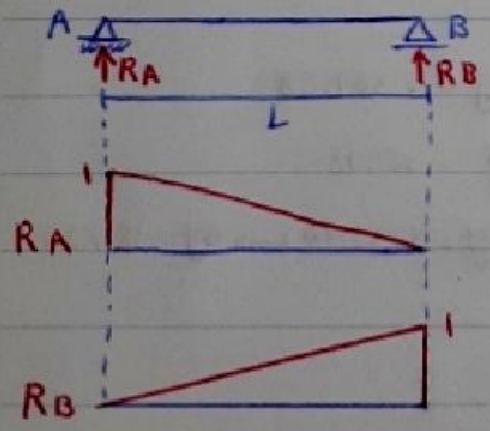
۱ خط تاثیر در تیر ✓

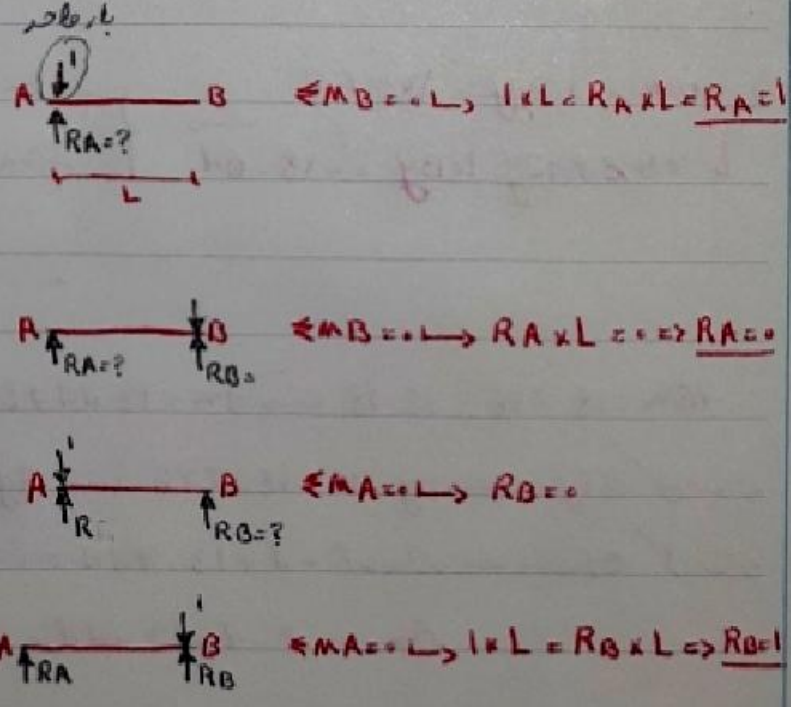
۲ خط تاثیر در قاب

۳ خط تاثیر در خرپا

۴ خط تاثیر در شاه تیر (پل)

خط تاثیر در تیر:





PDF Compressor Free Version

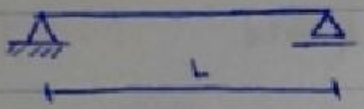
Date: / /

Subject:

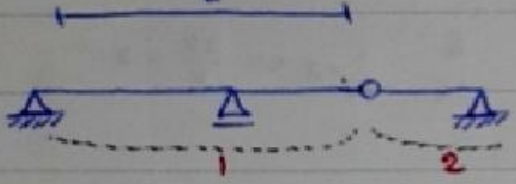
رسم خط تاثیر تکیه‌گاه در تیرها به روش کار مجازی:

آشنایی با تیر می‌کرو:

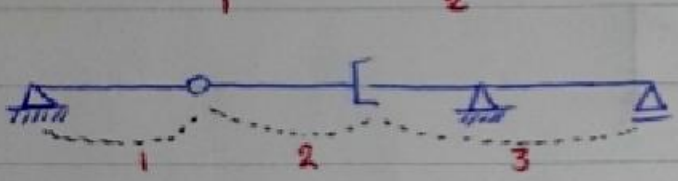
۱ تیر یکسره



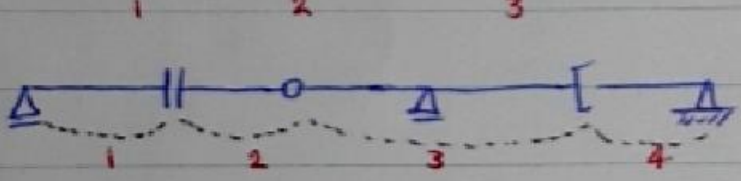
۲ تیر یکسره



3 تیر یکسره

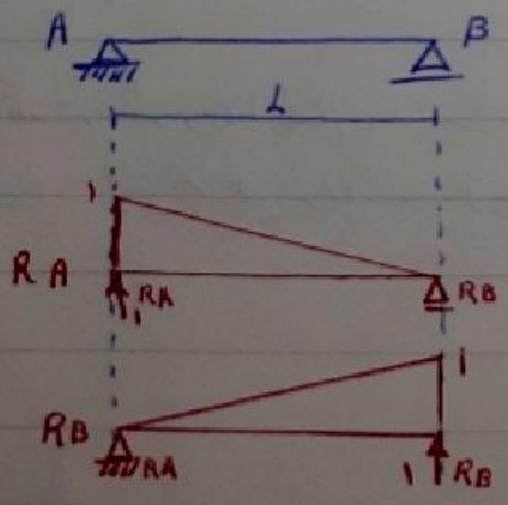


4 تیر یکسره



نکته: برای رسم خط تاثیر تکیه‌گاه در تیرها به روش کار مجازی به این صورت عمل کنیم که با داشتن ۲ نقطه از هر تیر یکسره می‌توان خط تاثیر را رسم نمود.

برای رسم خط تاثیر تکیه‌گاه در تیر به روش کار مجازی ابتدا عکس العمل تکیه‌گاه مورد نظر را به ازای بار واحد آنادار نموده و تغییر شکل تیر را به ازای آن بار رسم می‌کنیم شکل ایجاد شده همان خط تاثیر عضو مورد نظر می‌باشد.

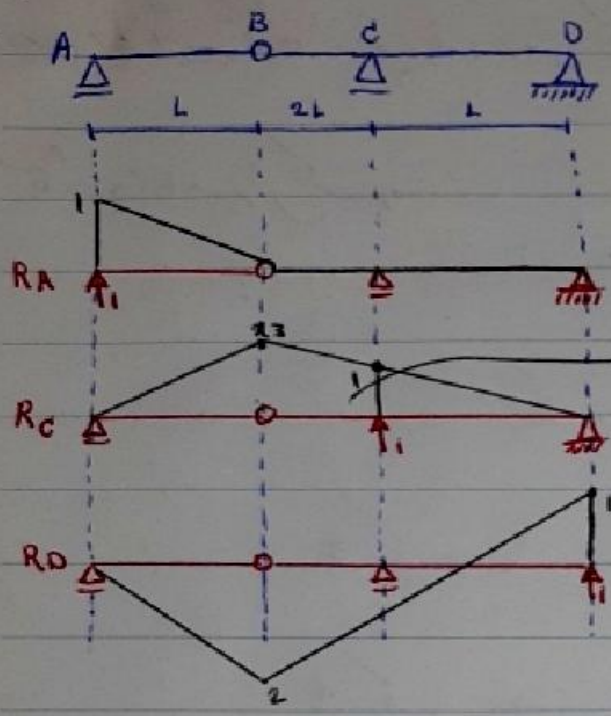


PDF Compressor Free Version

Date: / /

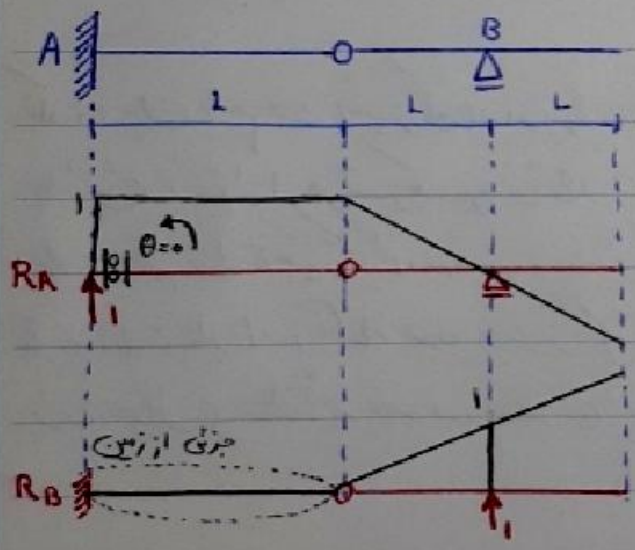
Subject:

مثال:



* استفاده میکنیم - خمیری شود

L I
3L K $\Rightarrow K = \frac{3k}{k} = 3$

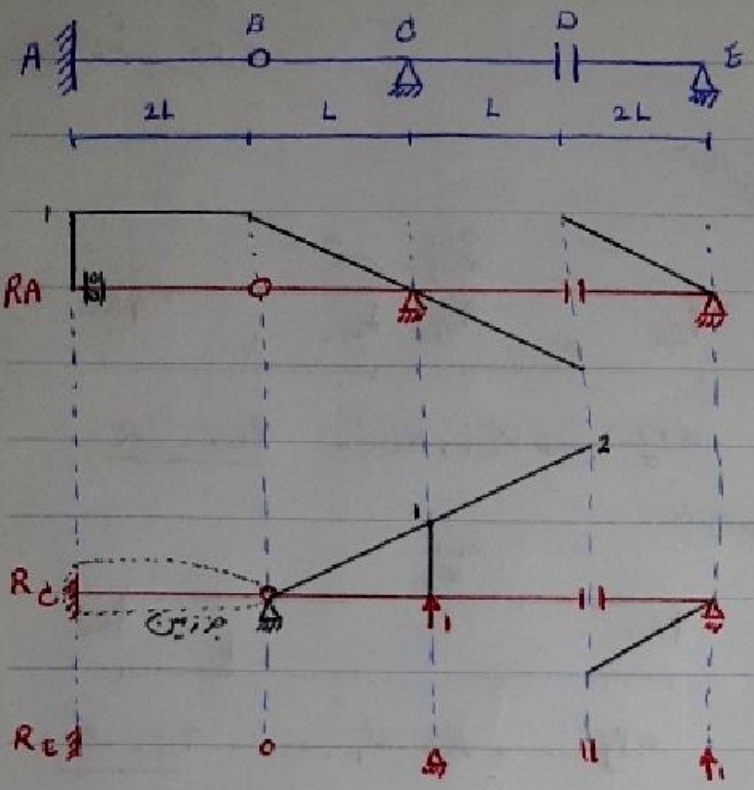


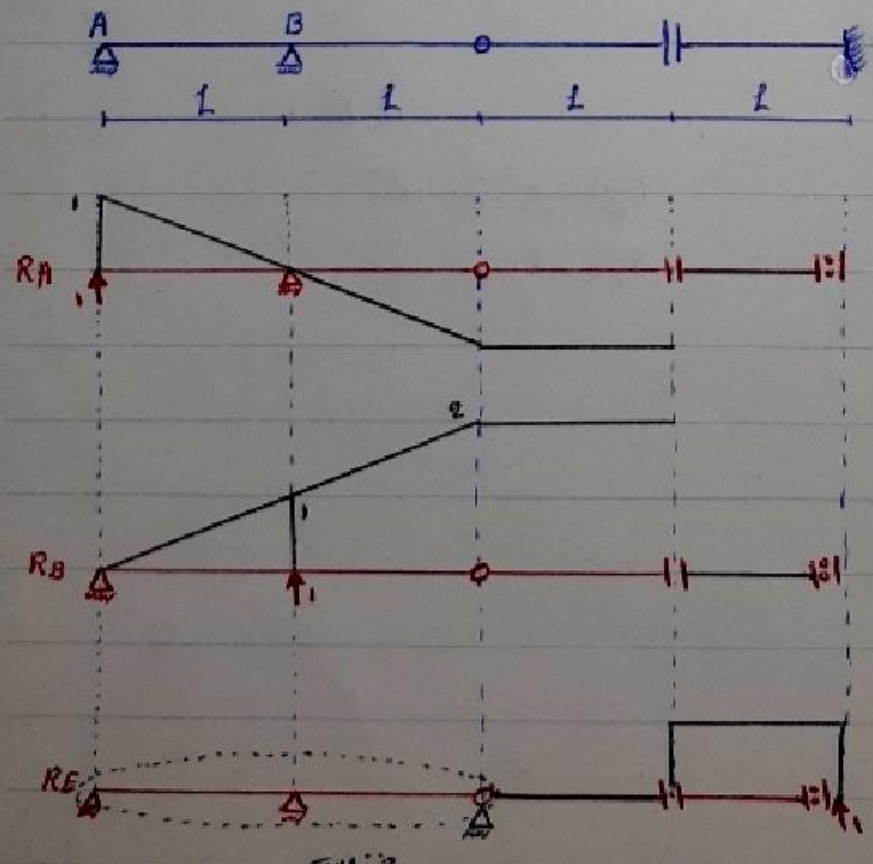
نکته: طرفین اتصال هدایت شده (—||—) باهم موازی هستند و دارای دوران θ ی - طرفین برابر می باشند. ((در جایی که گشتاور وجود دارد))

PDF Compressor Free Version

Date: / /

Subject:



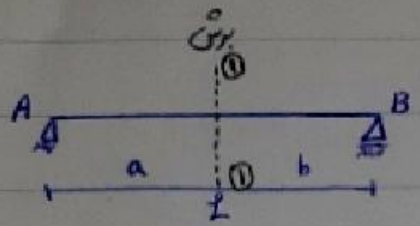


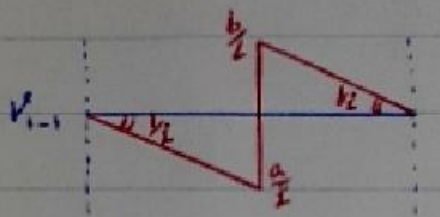
PDF Compressor Free Version

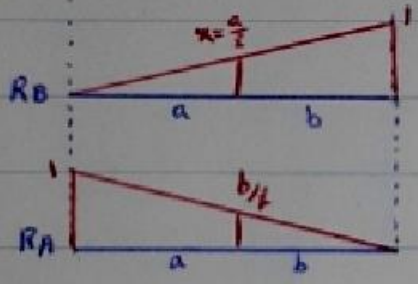
Date: / /

Subject:

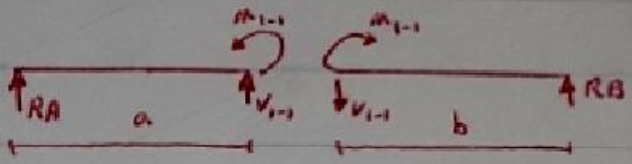
خط تاثیر برش:





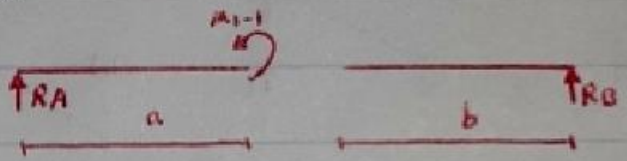


بارگذاری برش



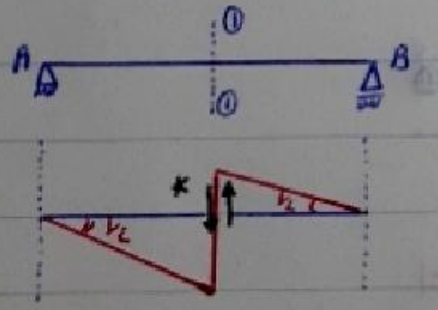
$\leftarrow \sum F_y = 0 \rightarrow V_{1-1} + R_B = 0 \quad V_{1-1} = -R$

بارگذاری برش



$\leftarrow \sum F_y = 0 \rightarrow R_A - V_{1-1} = 0 \quad R_A = V_{1-1}$

- روش تستی:



★ قرارداد:

قطعه سمت چپ پایین

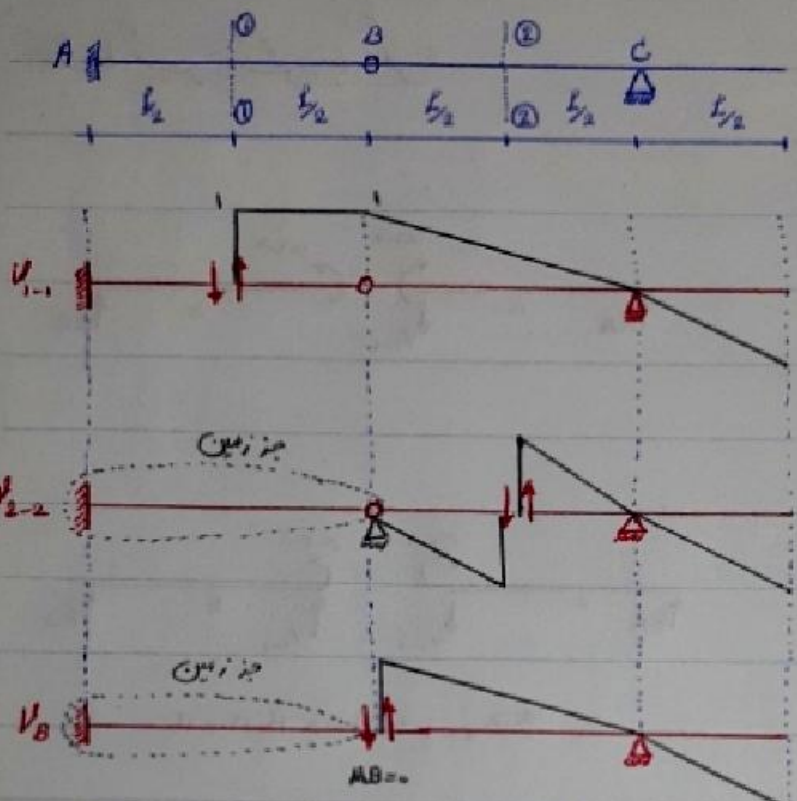
قطعه سمت راست بالا

PDF Compressor Free Version

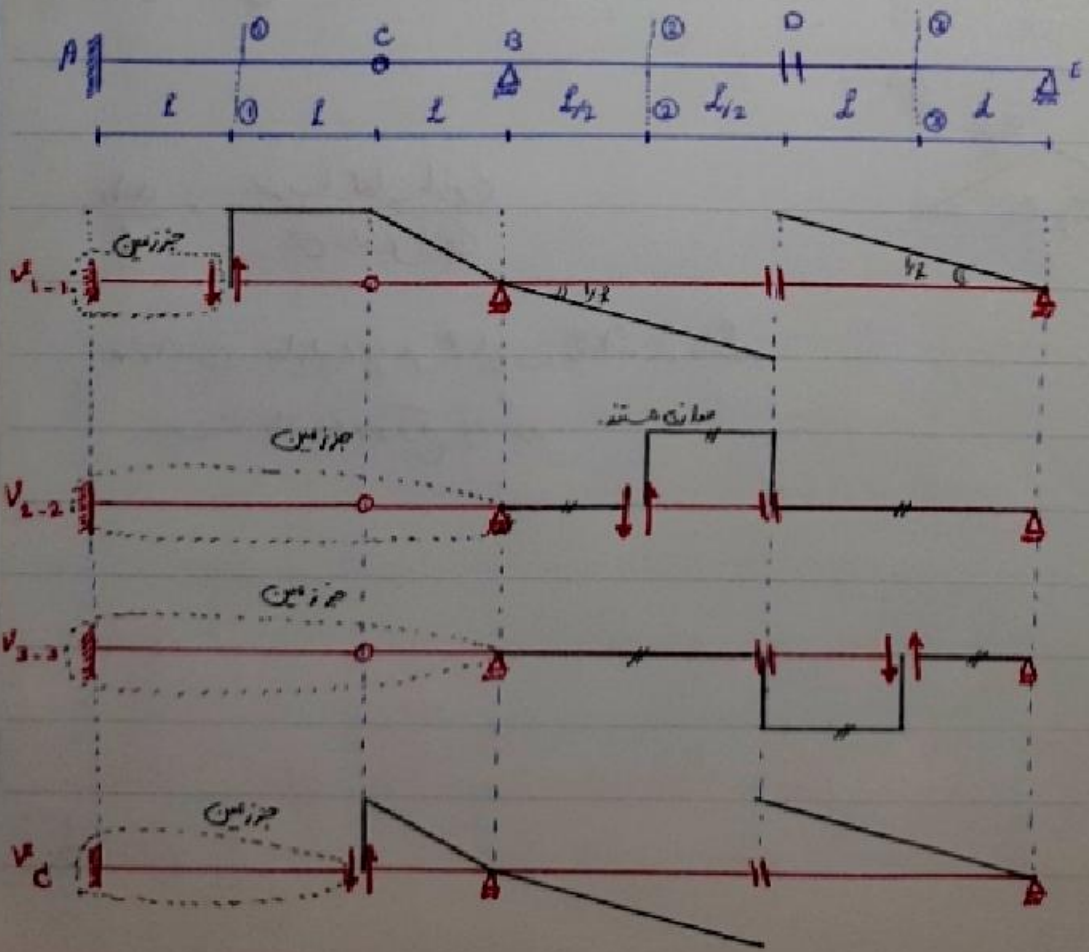
Date: / /

Subject:

مثال:



نکته: طرفین اتصال مفصلیت شده نباید با هم فاصله داشته باشند که در آن نقطه گسستگی وجود داشته باشد.

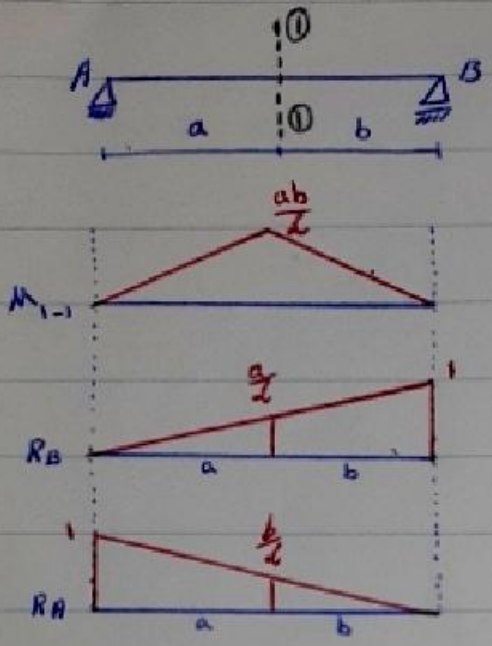


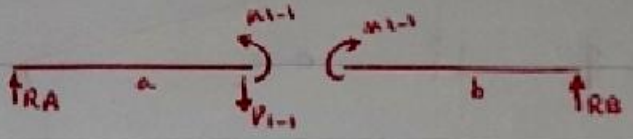
PDF Compressor Free Version

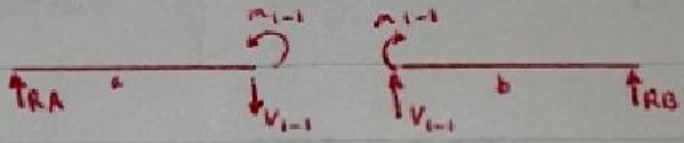
Date: / /

Subject:

خط تاثیر خیش یا لنگر:

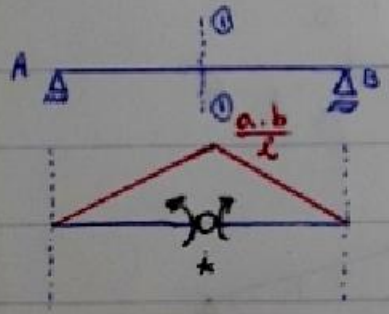






$\leftarrow M_{1-1} \longleftarrow R_A \times a$

- روش تستی:



$$\frac{\text{ضرب طول‌های طرفین}}{\text{جمع طول‌های طرفین}} = \frac{a.b}{L}$$

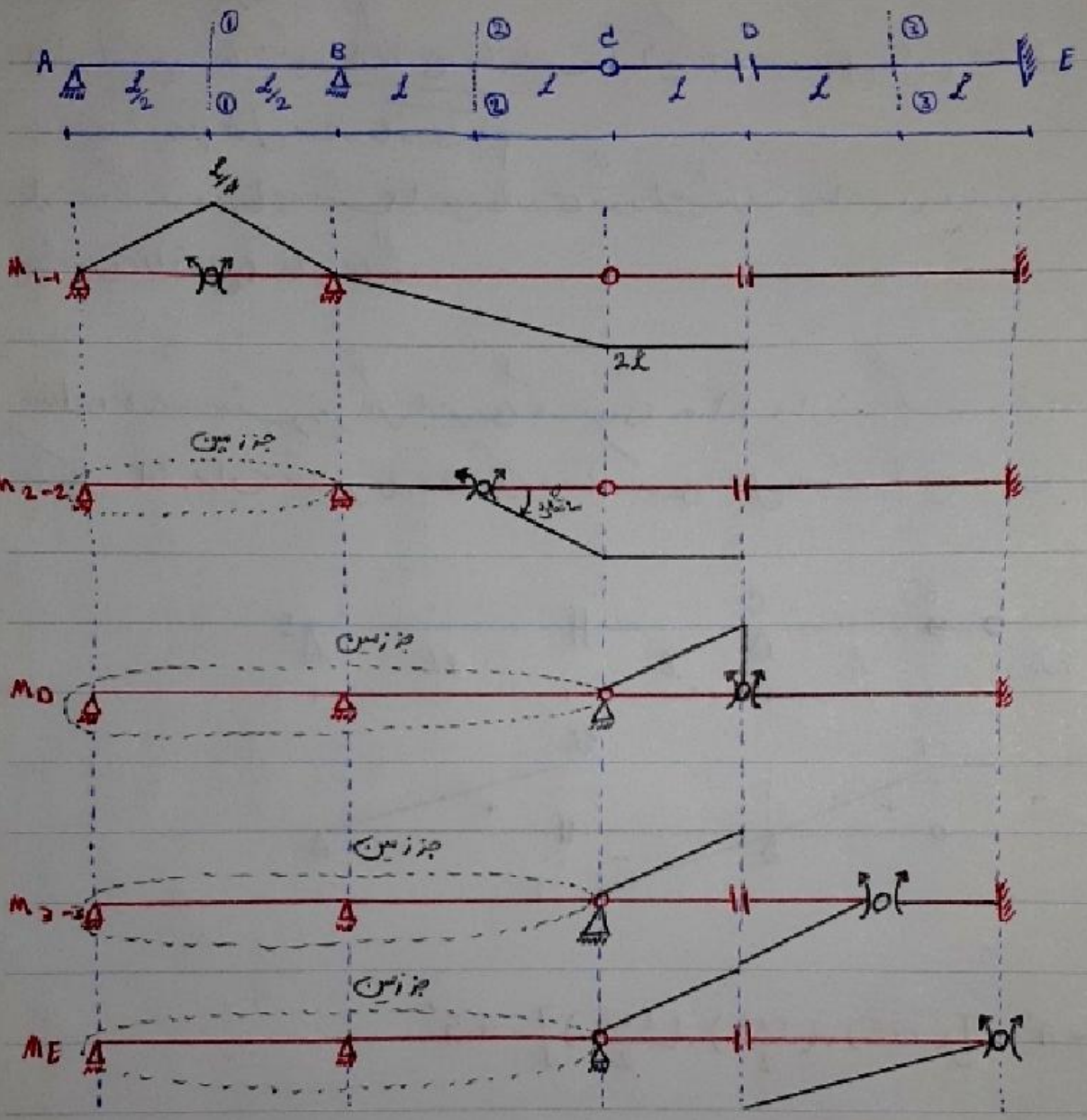
* قابلیت جابجایی از هر ۲ طرف را داشته باشد به سمت بالا می رود و کج نمی شود.

PDF Compressor Free Version

Date: / /

Subject:

مثال:



PDF Compressor Free Version

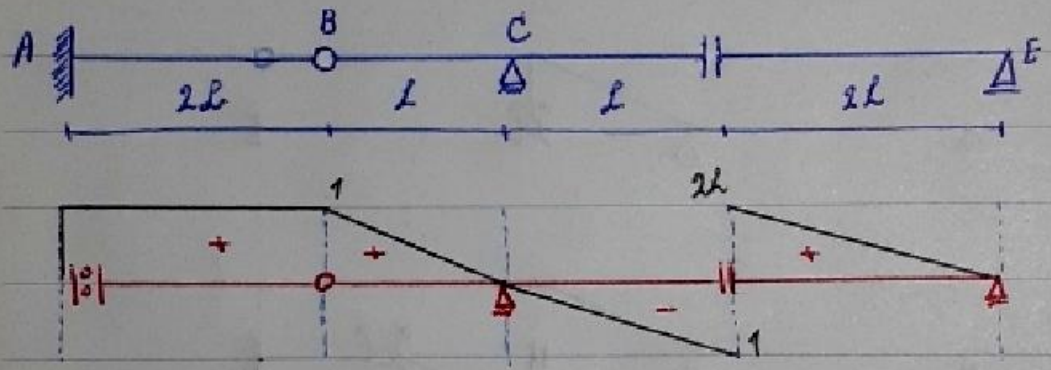
Date: / / Subject:

کاربرد خط تاثیر:

منظور از کاربرد خط تاثیر بارگذاری سازه است از آنجاکه (بار مرده مرکل سازه) وجود دارد بنابراین بار مرده را در تمام طول سازه وارد می کنیم.

بار زنده گسترده در قسمتی مثبت یا منفی وارد می شود (بیشترین مساحت) و بار زنده متمرکز بر روی بیشترین (ارتفاع) وارد می شود.

مثال: با توجه به تیر زیر اگر بار مرده ی گسترده ی 10t.m و بار زنده ی گسترده 15t.m و بار زنده ی متمرکز 5t بر این تیر وارد می شود، مقدار عکس العمل تکیه گاه A چقدر است؟



$$\text{مساحت } A^{+} = \left[(1\times 2)+\left(\frac{1\times 1}{2}\right)+\left(\frac{2\times 2}{2}\right)\right] = 4.5^{+}$$

$$\text{مساحت } A^{-} = \left[-\frac{1\times 1}{2}\right] = -0.5$$

$$R_A = 10\times[4.5-0.5] + 15(4.5) + (5\times 2) = 117.5\ \text{ton}$$

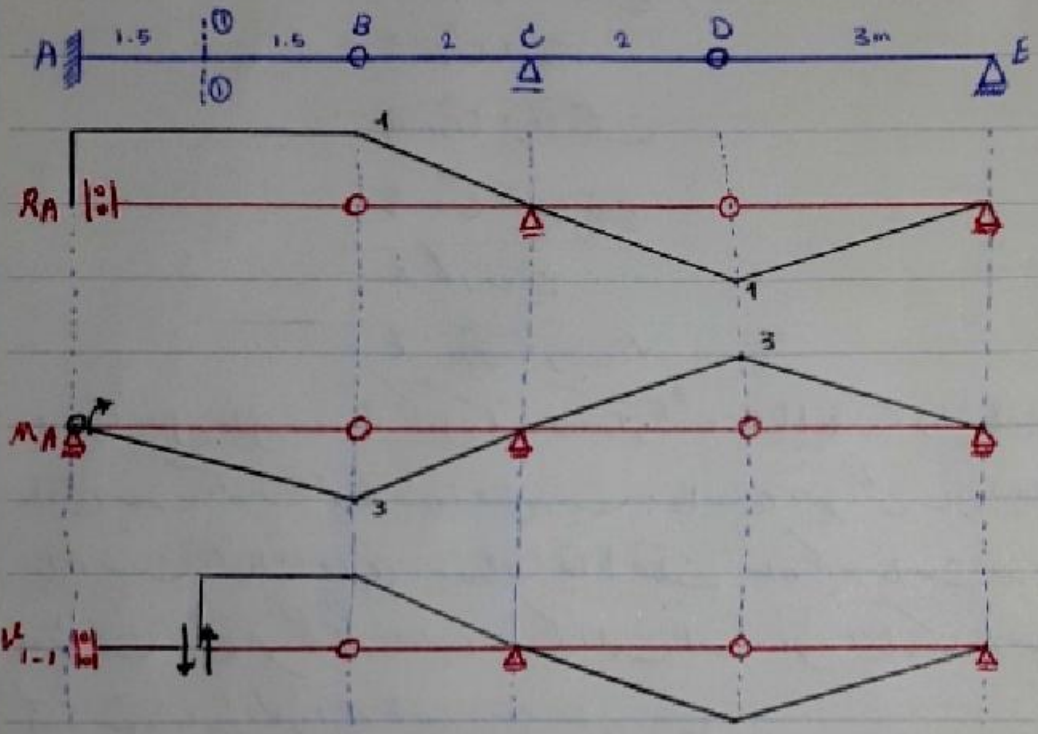
(بار مرده — بار زنده گسترده — بیشترین مساحت — بار متمرکز — بیشترین ارتفاع)

PDF Compressor Free Version

Date: / / Subject:

مثال: با توجه به تیر زیر اگر بار مرده ی گسترده ۱۲t.m و بار زنده ی گسترده ۸t.m و بار زنده متمرکز ۴t.m باشد.

الف) عکس العمل A ب) لنگر A ج) V_{1-1} چقدر است؟



الف) R_A:

$A^+ = (3\times1)+\left(\frac{2\times1}{2}\right) = 4\ m^2$

$A^- = \left(\frac{5\times1}{2}\right) = -2.5\ m^2$

$R_A = 12\times[4-2.5]+8\cdot[4]+4[1] = 102\ ton$

ب) M_B:

$A^+ = \left(\frac{5\times3}{2}\right) = 7.5\ m^2$

$A^- = \left(\frac{5\times3}{2}\right) = 7.5\ m^2$

$M_A = 12[7.5-7.5]+8\cdot[2.5]+4[1] = 162\ ton$

ج) V_{1-1}:

$A^+ = 2.5^+\ m^2$

$A^- = 2.5^-\ m^2$

$V_{1-1} = 12[2.5-2.5]+8\cdot[2.5]+4[1] = 54\ ton$

PDF Compressor Free Version

Date: / / Subject:

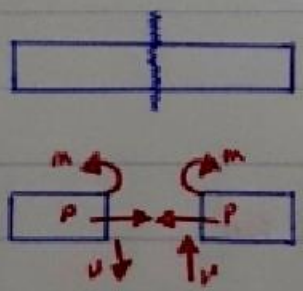
فصل چهارم: تغییر شکل سازه و روش محاسبه آن‌ها

محاسبه‌ی تغییر شکل:
1. روش انتگرال گیری مستقیم
2. قضایای لنگر سطح
3. روش انرژی
4. روش بار الاستیک
5. روش تیر مزدوج
6. کار مجازی
7. روش کار مجازی ✓

در این فصل تحلیل سازه‌ها تکمیل کرده، و بعد از آشنایی با پایداری و ناپایداری و ترسیم دیاگرام نیروی داخلی بحث آکودن این نیروها حال نوبت به محاسبه‌ی تغییر شکل سازه (جابجایی) و دوران‌ها می‌رسد. برای بحث آکودن جابجایی و دوران نقاط مختلف سازه که به نهایت در بهره برداری سازه موثرند روش‌ها مختلفی وجود دارد که عبارت‌اند از (خواندنی ص 7) از بین روش‌های گفته شده ما روش کار مجازی را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

- روش کار مجازی در محاسبه‌ی جابجایی و دوران مختلف سازه،

قبل از بررسی این روش نیروهای داخلی را با توجه به جهت قراردادهای آنها یادآوری می‌کنیم

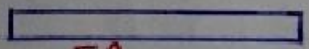


P نیروی محوری ← →
V نیروی برشی ↓ ↑
M لنگر خمشی ↻ ↺

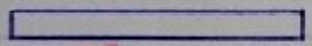
PDF Compressor Free Version

Date: / / Subject:

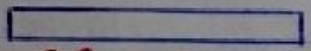
تحت صلبیت ای زیر قرار گیرد و باتوجه به آن صلبیت ها نیروهای داخلی آن محاسبه شده و در نهایت جابجایی و دوران نقاط محاسبه شود.



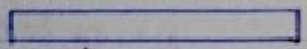
(۴) صلبیت محوری



(۸) صلبیت خمشی



(۷) صلبیت برشی

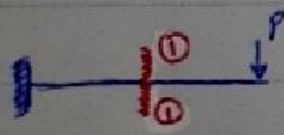


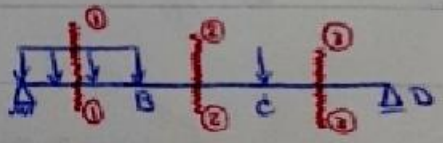
(T) صلبیت پیچشی

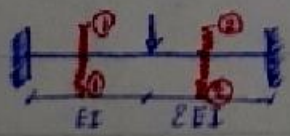
روش کار عبارتی:

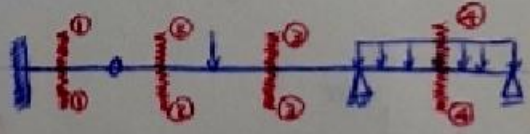
قبل از توضیح این روش ابتدا باید با نحوه و تعداد برش در سازه و محاسبه نیروهای داخلی باتوجه به نوع صلبیت های آن آشنا شویم.

برای تعیین تعداد مقاطع باید به این نکته توجه کنیم که هرجاکه طول تغییر نماید، بار تغییر نماید، صلبیت تغییر نماید سطح مقطع تغییر نماید حتما باید برش زده شود.









گام اول ①: برای استفاده از روش کار عبارتی ابتدا باید باتوجه به صلبیت موجود در سازه برش و تعداد برش ها مشخص شود.

گام دوم ②: باتوجه به نوع صلبیت باید به ازای بارهای خود سازه برش بزنیم و مقادیر $N_{(x)}$ ، $V_{(x)}$ ، $P_{(x)}$ ،

PDF Compressor Free Version

Date: / / Subject:

T_n را در سازه ی اصلی بارگذاری خود سازه حساب نمایید.

گام سوم ③ : در مرحله ی بعد خود سازه را رسم می کنیم و تمام بارهای روی آنرا حذف می کنیم و در نقطه ای که می خواهیم جابجایی آنرا حساب می کنیم یک بار واحد تعاریف دهیم. (در نقطه ای که می خواهیم دوران را حساب کنیم لنگر تعاریف دهیم).

سپس دوباره برگ می زنیم و با توجه به نوع صلبیت آن تعادیر T_n ، P_n ، V_n ، M_n که همگی اینها ناشی از بار واحد یا لنگر واحد است.

گام چهارم ④ : تعادیر بدست آمده را در رابطه کار مجازی تعاریف دهیم.

$$\Delta : \theta = \int \frac{M_n \cdot m_n}{EI} dx + \int \frac{V_n \cdot v_n}{GA} dx + \int \frac{P_n \cdot p_n}{EA} dx + \int \frac{T_n \cdot t_n}{GJ} dx$$

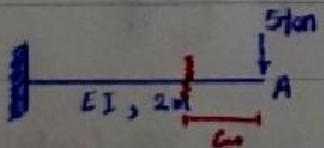
لنگر ناشی از بار سازه

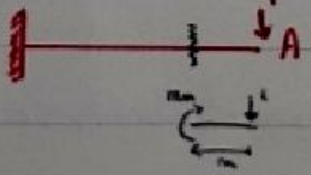
لنگر ناشی از بار و لنگر واحد

نکته : K ضریب ثابت است که به مقطع شکل بستگی دارد.

مقطع مستطیل	K: 1.2
مقاطع I شکل	K: 1
مقاطع دایره ای	K: $\frac{10}{9}$

مثال : تغییر مکان جابجایی و دوران نقطه A را حساب کنید





$M_n = 5x \rightarrow m_n = -5x$

$$\Delta_A = \int_0^2 \frac{M_n \cdot m_n}{EI} dx = \int_0^2 \frac{(-5)\cdot(x)}{EI} dx = \int_0^2 \frac{5x^2}{EI} dx =$$

$$\frac{5}{EI}\int_0^2 x^2 dx = \frac{5}{EI}\cdot\frac{1}{3}x^3\Big|_0^2 = \frac{5}{EI}\left(\frac{1}{3}(2)^3 - \frac{1}{3}(0)^3\right) = \frac{40}{3EI}$$

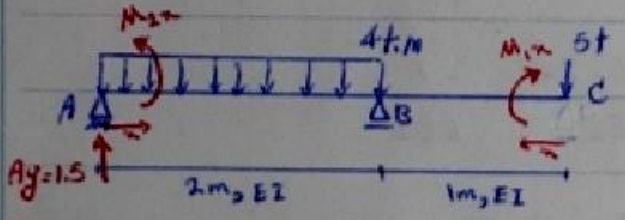
PDF Compressor Free Version

Date: / / Subject:

$$\rightarrow \theta A: \int_0^2 \frac{M_m \cdot m_m}{EI}\,dx \int_0^2 \frac{(-5x)(-1)}{EI}\,dx + \int_0^2 \frac{5x}{EI}\,dx =$$

$$\frac{5}{EI}\cdot\frac{1}{2}x^2\Big|_0^2 = \frac{5}{EI}\left(\frac{1}{2}(2)^2 - \left(\frac{1}{2}(0)^2\right)\right) = \frac{10}{2EI} = \frac{10}{EI}$$

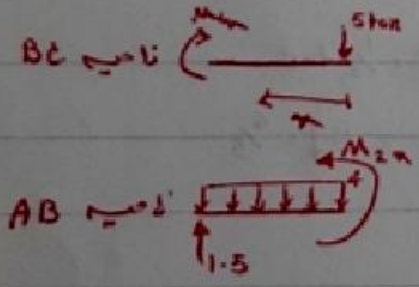
مثال: تیر زیر جابجایی و دوران نقطه C را حساب کنید.



$$\curvearrowleft M_B = 0 \longrightarrow (Ay \cdot 2) + (5 \times 1) = (8 \cdot 1)$$

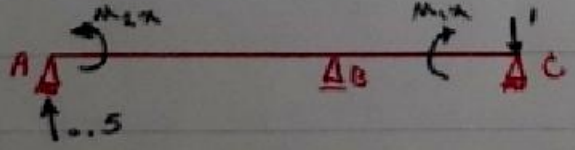
$$2Ay + 5 = 8$$

$$2Ay = 3 \longrightarrow Ay = \frac{3}{2} = 1.5\ ton$$



$$M_1 = -5x$$

$$M_2 x = 1.5x - \frac{4x^2}{2}$$

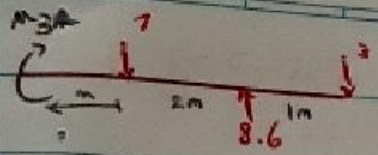


$$\curvearrowleft M_B = 0 \longrightarrow (1 \times 1) = RA \cdot 2$$

$$1 = 2RA \qquad m_1 x = -x$$

$$RA = \tfrac{1}{2} = 0.5 \qquad m_2 x = 0.5x$$

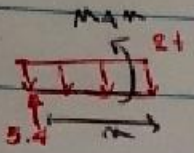
PDF Compressor Free Version



$M_3 = (-7x) + 8.6(x-2) - 3(x-3)$

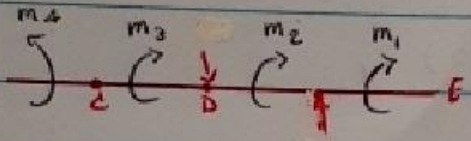
$M_3 = -7x + 8.6x + 17.8 - 3x - 9$

$M_3 = -1.4x + 8.8$



$M_4 = 5.4x - \frac{2x^2}{2}$

$M_4 = 5.4x - x^2$



$\sum M_B = 0 \circlearrowleft \Rightarrow (5A_y) + (1 \times 1) = 0$

$5A_y = -1 \Rightarrow A_y = \frac{-1}{5}$

$\sum f_y = 0 \uparrow \Rightarrow -\frac{1}{5} - 1 + B_y = 0 \Rightarrow B_y = 1.2$

Global – برش

$m_1 = -x$

$m_2 = 1.2x - 1(x-1) =$

$m_2 = 1.2x - x - 1$

$m_2 = 0.2x - 1$

$m_3 = 1.2(x+2) - 1(x+3)$

$m_3 = 1.2x + 2.4 - x - 3$

$m_3 = 0.2x + 0.6$

$m_4 = -\frac{1}{5}x$

SAEI

PDF Compressor Free Version

$$\Delta_C = \int_0^1 \frac{M_1 x \cdot M_2 x}{2EI}\,dx + \int_0^2 \frac{(-5x)(-x)}{2EI}\,dx + \int_0^2 \frac{(1.5x - 2x^2)(.5x)}{2EI}\,dx \Rightarrow$$

$$\int_0^1 \frac{5x^2}{2Ex}\,dx + \int_0^2 \frac{.75x^2}{Ex}\,dx - \int_0^2 \frac{1x^3}{EI}\,dx =$$

$$\frac{5}{2EI \cdot 3}\Big|_0^1 + \frac{.75x^3}{EI \cdot 3}\Big|_0^2 - \frac{1x^4}{EI4}\Big|_0^2 = \frac{5}{6EI} + \frac{6}{EI} - \frac{16}{EI} + \frac{64}{24EI} = 2.66$$

$$\theta_C = \int_0^1 \frac{(-5x)(-1)}{EI}\,dx + \int_0^2 \frac{(1.5x - 2x^2)(-.5)}{EI}\,dx \Rightarrow$$

$$\int_0^1 \frac{5x}{EI}\,dx + \int_0^2 \frac{-.75x}{EI}\,dx + \int_0^2 \frac{x^2}{EI}\,dx \Rightarrow$$

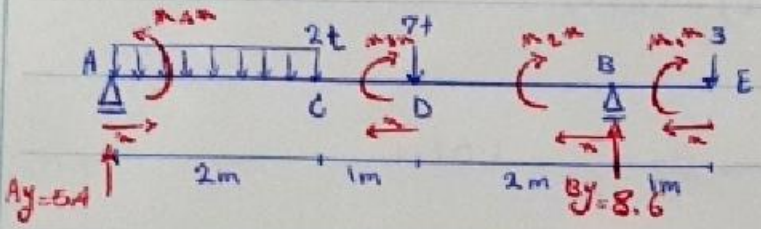
$$\frac{5x^2}{EI \cdot 2}\Big|_0^1 + \frac{-.75x^2}{EI \cdot 2}\Big|_0^2 + \frac{x^3}{EI \cdot 3}\Big|_0^2 = \frac{5}{2EI} - \frac{3}{2EI} + \frac{8}{3EI} = 3.66EI$$

SAEI

PDF Compressor Free Version

۲۷

تمرین: شیب تیر زیر جایی دورانها نقطه E و I حساب کنید.



$EI = C\,te$

$\sum M_B \circlearrowleft \rightarrow (Ay \times 5) + (3 \times 1) = (7 \times 2) + (4 \times 4)$

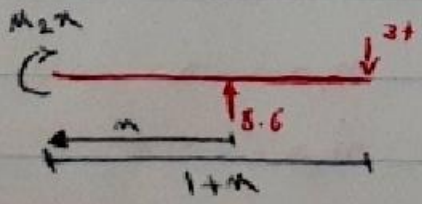
$5Ay + 3 = 14 + 16$

$5Ay = 27 \rightarrow Ay = 5.4\ ton$

$\sum fy = 0 \uparrow \rightarrow 5.4 - 4 - 7 + By - 3 = 0$

$By = 8.6$

$M_1 x = -3x$



$M_2 x = 8.6x - 3(x+1)$

$M_2 x = 8.6x + 3x + 3$

$M_2 x = 5.6x - 3$

PDF Compressor Free Version

$$\Delta E_{M1} = \int_0^1 \frac{(-3x)(-x)}{EI}\,dx + \int_0^1 \frac{3x^2}{EI} = \frac{3x^3}{EI^2}\Big|_0^1 = \frac{3}{3EI} = EI$$

$$\Delta E_{M2} = \int_0^2 \frac{(5.6x-3)(.8x-1)}{2EI}\,dx = \int_0^2 \frac{.8x^2}{2EI}\,dx + \int_0^2 \frac{-5.6}{2EI}\,dx + \int_0^2 \frac{-.6x}{2EI}\,dx +$$

$$\int_0^2 \frac{3}{EI} \Rightarrow \frac{1.12x^3}{2EI\times 3}\Big|_0^2 - \frac{5.6x^2}{2EI}\Big|_0^2 - \frac{.6x^2}{8EI\times 2}\Big|_0^2 + \frac{3}{8EI} =$$

$$\frac{8.96}{6EI} - \frac{22.4}{4EI} - \frac{2.4}{EI} + \frac{3}{2EI} = \frac{-38.48}{12EI} = -3.2EI\times 2 = -6.4$$

$$\Delta E_{M3} = \int_0^1 \frac{(-1.4x+8.2)(.2x+.6)}{EI}\,dx = \int_0^1 \frac{-.28x^2}{EI}\,dx + \int_0^1 \frac{-.84x}{EI}\,dx +$$

$$\int_0^1 \frac{1.64}{EI}\,dx = \frac{.28x^3}{EI\times 3}\Big|_0^1 - \frac{.84x^2}{EI\times 2}\Big|_0^1 + \frac{1.64x^2}{EI\times 2}\Big|_0^1 \frac{4.92}{EI} =$$

$$\frac{-.28}{3EI} - \frac{.84}{2EI} + \frac{1.64}{2EI} + \frac{4.92}{EI} = 6.92EI$$

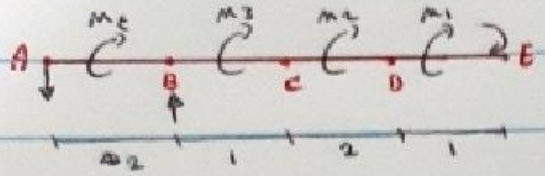
$$\Delta E_{M4} = \int_0^2 \frac{(5.4x-x^2)(-\frac{1}{5}x)}{2EI}\,dx + \int_0^2 \frac{-1.08}{2EI}\,dx + \int_0^1 \frac{-.2x^3}{8EI}\,dx = \frac{-1.08x^3}{8EI\times 3}\Big|_0^2 +$$

$$\frac{.2x^4}{8EI\times 4}\Big|_0^2 \Rightarrow \frac{-8.64}{6EI} - \frac{3.8}{8EI} = 1.3EI\times 2 = 2.6$$

$$\therefore \Delta_E = 1EI - 6.4EI + 6.92EI - 2EI - 1.08EI$$

SAEI

PDF Compressor Free Version



$\sum M_B = 0 \curvearrowleft \Rightarrow 5A_y + 1 = 0 \Rightarrow A_y = \frac{-1}{5}\downarrow$

$\sum F_y = 0 \uparrow \Rightarrow -\frac{1}{5} + B_y = 0 \Rightarrow B_y = \frac{1}{5}\uparrow$

کوچک m

$m = -1$

$m_2 = \frac{1}{5}x - 1$

$m_3 = \frac{1}{5}(x+8) - 1$

$= \frac{1}{5}x - 1.6$

$m_4 = \frac{-1}{5}x$

بزرگ M

$M_1 = -3x$

$M_2 = 5.6x - 3$

$M_3 = -1.4x + 8.2$

$M_4 = 5.4x - x^2$

$$\theta_{E1} = \int_0^1 \frac{(-3x)(-1)}{EI}dx = \int_0^1 \frac{3x}{EI}dx = \frac{3x^2}{EI\cdot 2}\Big|_0^1 = \frac{3}{EI} = 1.5EI$$

$$\theta_{E2} = \int_0^2 \frac{(5x-3)(\frac{1}{5}x-1)}{EI}dx = \int_0^2 \frac{x^2}{3EI}dx + \int_0^2 \frac{-5x}{EI}dx + \int_0^2 \frac{-0.6x}{EI}dx =$$

$$\int_0^2 \frac{3}{EI} = \frac{x^3}{3EI}\Big|_0^2 + \frac{-5x^2}{2EI}\Big|_0^2 + \frac{-0.6x^2}{2EI}\Big|_0^2 + \frac{3x}{EI}\Big|_0^2 =$$

$$\frac{8}{3EI} - \frac{20}{2EI} - \frac{2.4}{2EI} + \frac{6}{EI} = \frac{-15.2}{6EI} = -2.53EI$$

$$\theta_{E3} = \int_0^1 \frac{(\frac{1}{5}x - 0.6)(-1.4x + 8.2)}{EI}dx = \int_0^1 \frac{-0.28x^2}{EI}dx + \int_0^1 \frac{0.84x}{EI} + \int_0^1 \frac{4.92}{EI}dx$$

$$\frac{-0.28x^3}{EI\cdot 3}\Big|_0^1 + \frac{1.64}{EI\cdot 2}\Big|_0^1 \frac{0.84}{EI\cdot 2}\Big|_0^1 - \frac{4.92}{EI\cdot 2}\Big|_0^1 \Rightarrow$$

$$\frac{-0.28}{3EI} + \frac{1.64}{2EI} + \frac{0.84}{2EI} - \frac{4.92}{EI} = \frac{-22.64}{6EI} = 3.77EI$$

$$\theta_{E4} = \int_0^2 \frac{(5.4x - x^2)(\frac{1}{5}x)}{EI}dx = \int_0^2 \frac{-1.08x^2}{EI}dx + \int_0^2 \frac{0.8x^3}{EI}dx =$$

PDF Compressor Free Version

Date: / /

Subject:

$$= \frac{-1.08\,x^3}{EI \times 3}\Big|_0^2 + \frac{.8x}{EI \times 4}\Big|_0^2 \Rightarrow$$

$$\frac{-8.64}{3EI} + \frac{6.4}{4EI} \rightarrow \frac{-15.36}{12EI} = -1.28\ EI$$

$$\delta\theta_E = 1.5 - 2.53 - 3.77 - 1.28 = -6.08\ EI$$