PDF Compressor Free Version

دانشگاه فنی و حرفه ای

جزوه مقاومت مصالح

آقای مهندس جمالی

دانشکده فنی و حرفه ای پسران بروجرد

تهیه و تنظیم جزوه: رضا آژن

PDF Compressor Free Version

Date: / / Subject:

« مقاومت مصالح »

سرفصل درس :
۱) تنش های محوری و تغییر شکل محوری
۲) کوشش های دو محوره و سه محوره
۳) تبیل تنش و کوشش (دایره مور)
۴) خمش در اعضاء
۵) پیچش در اعضاء

۱-۱ تنش.

تنش: شدت نیروی وارد بر واحد سطح را تنش می نامیم در فیزیک مقدارهای مفهومی به نام هستند که عبارت از تقسیم نیرو بر واحد سطح را شناخت.

$$\text{تنش} = \frac{\text{نیرو}}{\text{واحد سطح}} \qquad \sigma = \frac{P}{A}$$

این مفهوم ۲ محدودیت را در بر می گیرد.
۱) نیرو الزاما باید بر سطح عمود باشد.
۲) جهت نیرو در شکل همواره بیرون سطح است.

تنش را با حرف یونانی τ - تو - و به کمک دو اندیس تعریف می کنند.

τ_{nn} ← تنش / جهت نیرو / جهت سطح که نیرو بر آن عمود است

اندیس اول نشان دهنده ی صفحه ای است که تنش بر آن واقع است و اندیس دوم نشان دهنده ی جهت نیروی ایجاد کننده ی تنش می باشد.

تعریف دقیق ریاضی تنش روابط زیر است.

$$\tau_{nn} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta P_n}{\Delta A} \qquad \tau = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta P_s}{\Delta A} \qquad \tau = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta P_z}{\Delta A}$$

PDF Compressor Free Version

Date: / / Subject:

روابط فوق مقادیر دقیق تنش نقطه‌ای را ارائه می‌کند که خود شیء نه. معمولاً با مقادیر تنش متوسط کار می‌کنیم.

- نکته: از آن جایی که هر صفحه با بردار نرمال آن (برداری که بر صفحه عمود است) معرفی می‌شود. اندیس اول این تنش را بر عهده دارد و اندیس دوم جهت نیرو را نشان می‌دهد.

۱-۲ انواع تنش

به طور کلی تنش‌ها به ۲ دسته تقسیم می‌شوند:

① تنش قائم (محوری - نرمال): اگر نیرو عمود بر سطح مقطع وارد شود. ایجاد تنش محوری می‌کند - این تنش بنا به جهت نیرو به ۲ نوع تبدیل می‌شود: ۱. محوری کششی ۲. محوری فشاری.

② تنش برشی: اگر نیرو مواری با مقطع بر شکل اعمال شود تولید تنش برشی می‌کند.

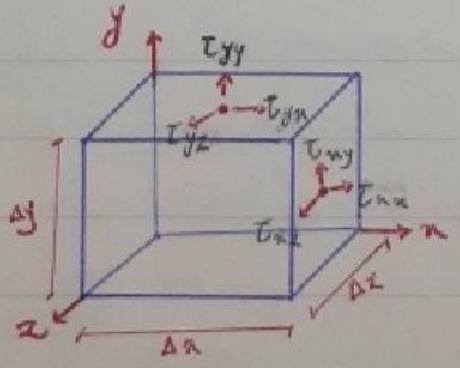
۱-۳ واحد تنش

از آنجا که تنش نیروی وارد بر سطح است هر پارامتری که صورت آن نیرو و مخرج آن سطح باشد به عنوان واحد تنش معرفی می‌شود.

N/m^2 یا پاسکال - N/mm^2 یا مگاپاسکال - t/m^2 - Kg/cm^2

۱-۴ تانسور تنش

کلیه‌ی حالات محتمل تنشی وارد بر یک جسم را تانسور تنش گوییم.



$$\begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix}$$

تانسور تنش

$\tau_{xx} \rightarrow \sigma_x$

$\tau_{yy} \rightarrow \sigma_y$

$\tau_{zz} \rightarrow \sigma_z$

تنش قائم

PDF Compressor Free Version

Date: / / Subject:

تنش برشی در دو سطحی محدود برهم عمود، بصورت یک نوع عمل می‌کند که از ... مقطع با هم برابر و جهت آن طوریست که باهم نزدیک می‌شوند یا از هم دور می‌شوند که در زیر این مسئله را اثبات می‌کنیم.

نکته ۱: چنانچه بجای نیروی P مقطع بصورت یکنواخت صورت گیرد باید بار به مرکز سطح مقطع وارد شود.

نکته ۲: اگر بار فوق بصورت کششی به مقطع اعمال شود استفاده از رابطه $\sigma = \frac{P}{A}$ برای تجزیه و تحلیل تنش کفایت می‌کند. در صورتی که بار بصورت فشاری اعمال گردد باید قطعه چاق باشد. در غیر اینصورت بعلت پدیده پدیده‌ای در مقطعات لاغر خاری بنام کمانش باید ملاحظات دیگری مدنظر قرار گیرد.

نکته ۳: اگر نسبت بین حداقل مقطع به طول عضو کوچکتر از ۱:۱۰ باشد قطعه لاغر است در غیراین صورت قطعه چاق است.

مثال: میله‌ای تحت نیروی محوری ۱۰T قرار دارد. اگر تنش مجاز میله $1.0 Kg/cm^2$ باشد اندازه قطر میله چقدر است؟

$$\sigma = \frac{P}{A} \rightarrow \sigma = \frac{P}{\pi r^2} \rightsquigarrow \sigma = \frac{P}{\pi (\frac{d}{2})^2}$$

$$\sigma = \frac{P}{\pi \frac{d^2}{4}} \rightsquigarrow \sigma = \frac{4P}{\pi d^2}$$

$$100 = \frac{4 \times 10 \times 10^3 Kg}{3.14 \times d^2}$$

$$d^2 = \frac{4 \times 10 \times 10^3}{100 \times 3.14} = \frac{40000}{100 \times 3.14}$$

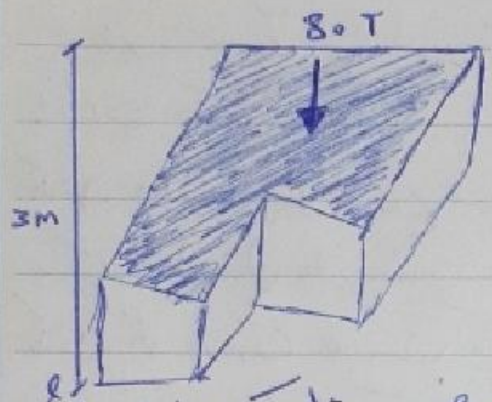
$$d^2 = 127.38 \rightarrow d = \sqrt{127.38} = 11.28 cm$$

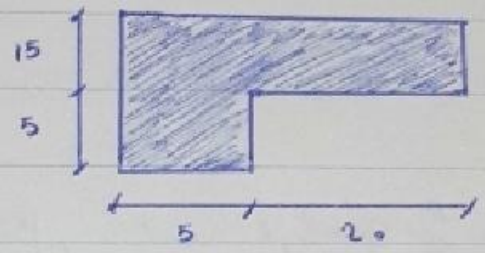
PDF Compressor Free Version

Date: / /

Subject:

مثال: با توجه به شکل زیر:





الف- محل تاثیر بار 8.0 T را طوری محاسبه کنید که توزیع تنش در مقطع یکنواخت باشد.

ب- مقدار تنش حاصل از این نیرو را محاسبه کنید.

ج- آیا احتمال کمانش رخ می‌دهد.

جواب الف. این بار 8.0 T باید طوری اثر کند که توزیع تنش در آن یکنواخت باشد باید در مرکز سطح شکل وارد شود.

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i A_i}{\sum A_i} = \frac{(5\times5\times2.5)+(25\times15\times12.5)}{(5\times5)+(25\times15)} =$$

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i A_i}{\sum A_i} = \frac{(5\times5\times17.5)+(25\times15\times7.5)}{(5\times5)+(25\times15)} = 8.12 \text{ cm}$$

جواب ب.

$$\sigma = P/A = \frac{8.0\times10^3 \text{ kg}}{400} = 20.0 \text{ kg/cm}^2$$

جواب ج.

$$\frac{a_{min}}{L} < \frac{1}{10}$$

L ← طول عضو

$$\frac{5}{300} < \frac{1}{10} \rightarrow 0.016 < \frac{1}{10}$$

کم‌ترین ضلع سطح مقطع : cm

* لذا احتمال کمانش وجود دارد.

PDF Compressor Free Version

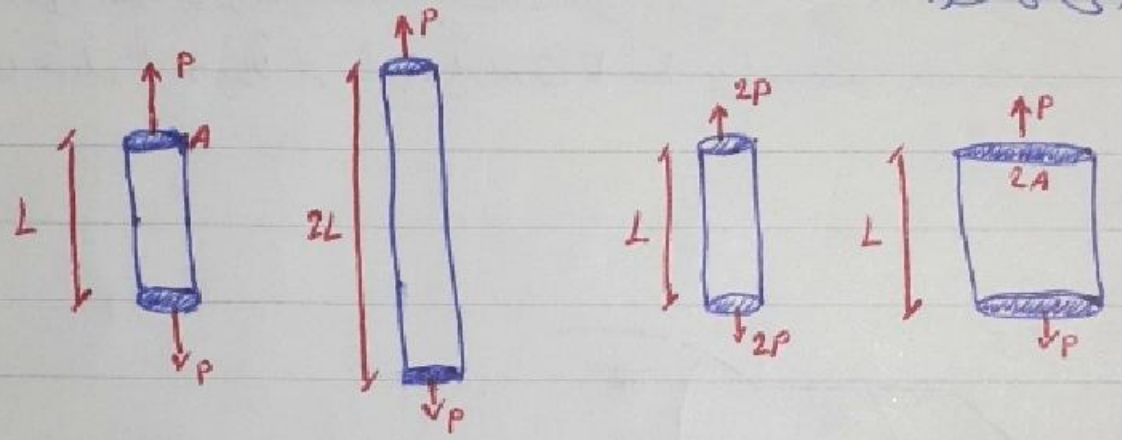
Date: / /

Subject:

5-1 تغییر شکل محوری

نیرویی که همواره در راستای عضو وارد می‌شود.

ماهیت و مقدار مصالح را ایجاب می‌کند که چنانچه به جسمی نیرو وارد شود که دچار تغییر شکل (δ) دائماً می‌گردد. درس مقاومت مصالح ارتباط بین نیروها و تغییر شکل ناشی از آن بررسی می‌شود



تغییر شکل δ 2δ 0.5δ

آزمایشی فوق ایده‌ای در ذهن در مورد ارتباط نیروی محوری و سطح مقطع و طول عضو ایجاد می‌کند. اما چنانچه بطور مثال مقدار نیرو سه برابر گردد آزمایش فوق به تنهایی قادر به توصیف ارتباط بین موارد فوق نخواهد بود و چنانچه شکل سطح مقطع نیز تغییر کند ممکن است در نتایج حاصله تاثیر داشته باشد.

می‌خواهیم پارامتری تعریف کنیم که با لگ آن نتایجی مستقل از شکل سطح مقطع و مقدار نیرو داشته باشد.

1-6 کرنش (تغییر شکل نسبی)

کرنش واحد ندارد. ε = کرنش.

PDF Compressor Free Version

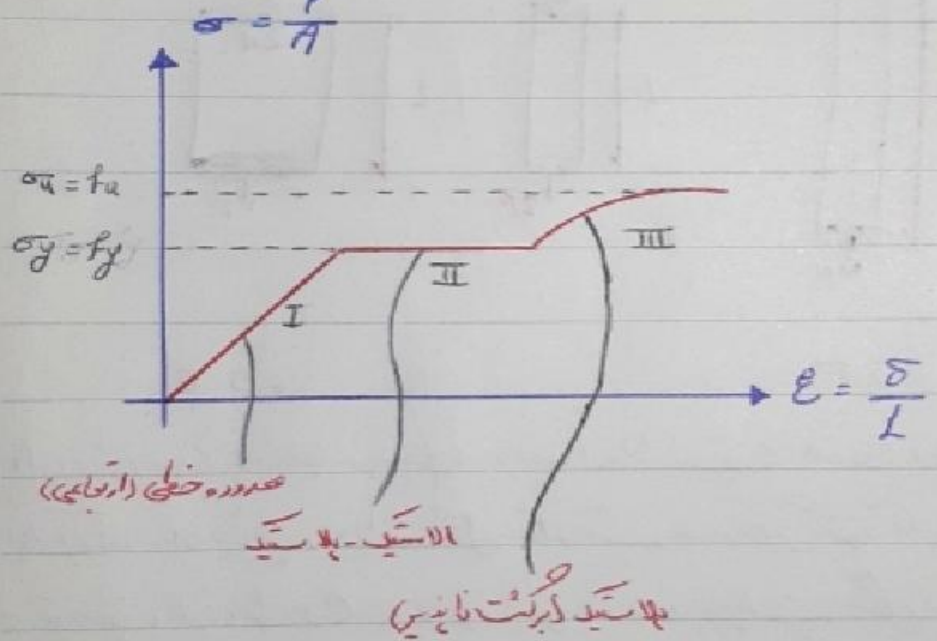
Date: / /

Subject:

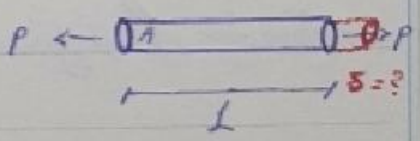
6-1 آزمایش کشش مستقیم در فولاد

آزمایش کشش مستقیم یکی از ساده‌ترین و مهم‌ترین آزمایش‌ها در مقاومت مصالح است. هدف از انجام این آزمایش رسم نمودار تنش - کرنش برای یک ماده است. به همین منظور نمونه‌ای از ماده را تحت نیروی کششی P قرار داده و با افزایش تدریجی P طول میله L را در هر لحظه یادداشت می‌کنیم.

این نمودار را معمولاً از شروع بارگذاری تا لحظه گسیختگی ماده رسم می‌کند.



ناحیه‌ی هوک



$\sigma = E\,\varepsilon$

ضریب ارتجاعی (سختی جنس ماده)

نیروی محوری — طول

$$\frac{P}{A} = E \times \frac{\delta}{L} \rightarrow \frac{P}{A} = \frac{E\delta}{L} \Rightarrow \boxed{\delta = \frac{PL}{EA}}$$

تغییر طول محوری

ضریب ارتجاعی

سطح مقطع

PDF Compressor Free Version

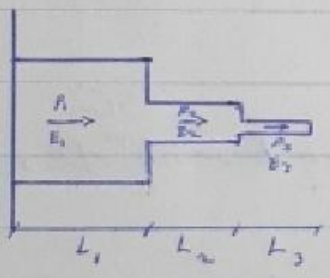
Date: / / Subject:

نکته ۱. تنشی که در آن فولاد دچار کشیدگی یا انعطاف می‌شود تنش تسلیم نامیده می‌شود. که با f_y نشان داده می‌شود.

نکته ۲. از آنجا که تغییر شکل در فولاد در خارج از محدوده الاستیک یا حتی اسپار بزرگ بوده و غیر قابل پذیرش است بنابراین در طراحی همواره سعی می‌شود که تنش موجود در فولاد همواره کمتر از تنش جاری شدن (تسلیم) باشد و تغییر شکل ها در فولاد بصورت برگشت پذیر رخ می‌دهد.

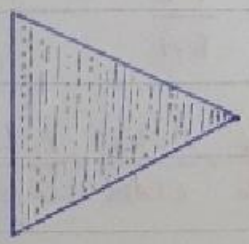
- استفاده از رابطه‌ی $\frac{PL}{EA}$ در صورتی میسر است که کلیه‌ی عوامل داخل در طول میله ثابت باشد. در صورت وجود تغییرات در طول میله ۲ حالت زیر را در نظر می‌گیریم.

تغییر شکل پله ای:



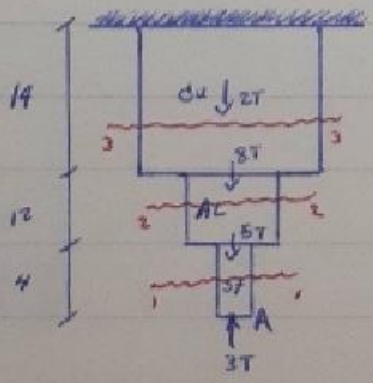
$$\delta = \sum_{1}^{n} \frac{PL}{EA}$$

تغییرات پیوسته:



$$\delta = \int \frac{P}{EA} dx$$

مثال: مطلوبست تعیین تغییر طول انتهای میله‌ی زیر:



$E_{Cu} = 1.5 \times 10^6 \, kg/cm$ $A_{Cu} = 14 cm$

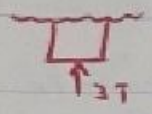
$E_{AL} = 1.2 \times 10^6 \, kg/cm$ $A_{AL} = 12 cm$

$E_{St} = 2 \times 10^6 \, kg/cm$ $A_{St} = 4 cm$

PDF Compressor Free Version

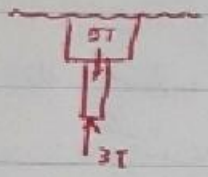
Date: / /

Subject:



$\sum F_y = 0 \rightsquigarrow P_{1-1} + 3 = 0$

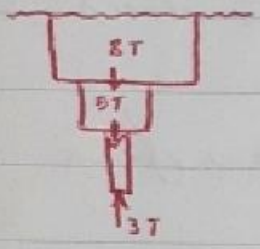
$P_{1-1} = -3t$



$\sum F_y = 0 \rightsquigarrow P_{2-2} - 5 + 3 = 0$

$P_{2-2} = 5-3 = 2t$

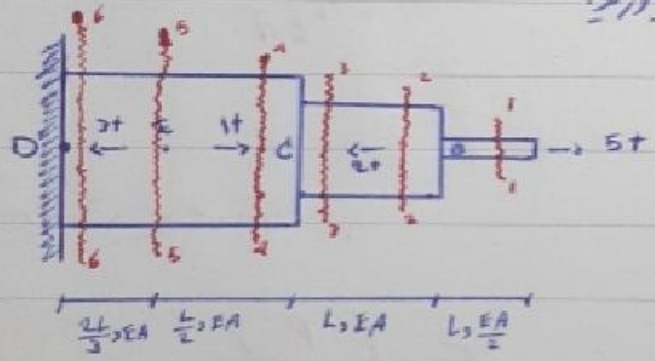
$P_{2-2} = 2t$



$\sum F_y = 0 \rightsquigarrow P_{3-3} - 8 - 5 + 3 = 0$

$P_{3-3} = 10$

مثال: تغییر طول نقاط داده شده را بدست بیاورید.

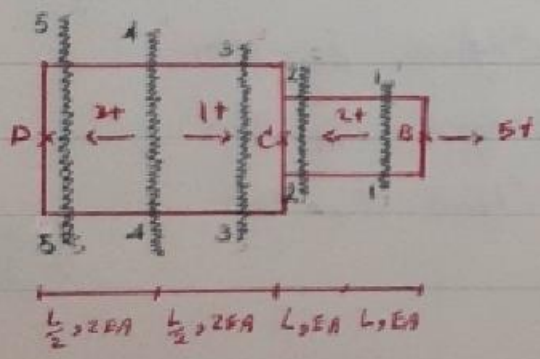


$L = 2$ $\quad EA = 5\times10^7\ kg/cm^2$

$\delta = \frac{PL}{EA}$

$$\delta = \sum_{i=1}^{n} \frac{P_i L_i}{E_i A_i} = \frac{P_1 L_1}{(EA)_1} + \frac{P_2 L_2}{(EA)_2} + \frac{P_3 L_3}{(EA)_3} + \frac{P_4 L_4}{(EA)_4} + \frac{P_5 L_5}{(EA)_5} + \frac{P_6 L_6}{(EA)_6}$$

$$\delta_A = \frac{5\times10^3 kg \times 200}{25\times10^7} + \frac{5\times10^3\times200}{5\times10^7} + \frac{3\times10^3\times200}{5\times10^7} + \frac{3\times10^3\times100}{100\times10^7} + \frac{4\times10^2\times100}{100\times10^7} + \frac{1\times10^3\times100}{100\times10^7} = ?$$

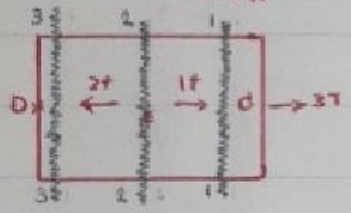


PDF Compressor Free Version

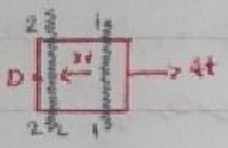
Date: / /

Subject:

$$\sigma_B = \frac{5\times10^3\times200}{500\times10^{-7}} + \frac{3\times10^3\times200}{500\times10^{-7}} + \frac{4\times10^3\times100}{1000\times10^{-7}} + \frac{1\times10^3\times100}{1000\times10^{-7}} = ?$$



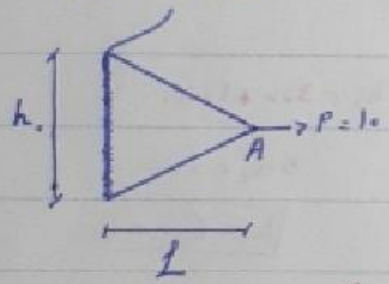
$$\sigma_C = \frac{3\times10^3\times200}{100\times10^{-7}} - \frac{4\times10^3\times100}{100\times10^{-7}} + \frac{1\times10^3\times100}{100\times10^{-7}} =$$



$$\sigma_E = \frac{4\times10^3\times100}{1000\times10^{-7}} + \frac{1\times10^3\times100}{1000\times10^{-7}} = ?$$

مثال (تغییرات پیوسته): جابجایی نقطه A چقدر است؟

ضخامت $t = 1cm$



$h_0 = 2m$

$L = 2m$

$E = 2\times10^7 kg/cm^2$

$\delta_A = ?$

* با دقت به شکل می‌بینیم سطح مقطع پیوسته بوده که تغییر می‌کند ← لذا تغییرات پیوسته است.

- برای حل مسئله یک المان مستطیلی انتخاب می‌کنیم.

$$\frac{h_0}{L} \quad \frac{h}{x} \Rightarrow h = \frac{x h_0}{L}$$

$$\delta_A = \int_0^{L=2m} \frac{P dx}{EA} = \int_0^{L=2m} \frac{P dx}{E\cdot h\cdot t} = \int_0^{L=2m} \frac{\frac{10\times10}{1}}{\frac{2\times10^7}{1}\times\frac{h_0}{L}x\times t} dx = \int_0^{L=2m} \frac{100\times10\times L}{2\times10^7\times h_0\times x} dx$$

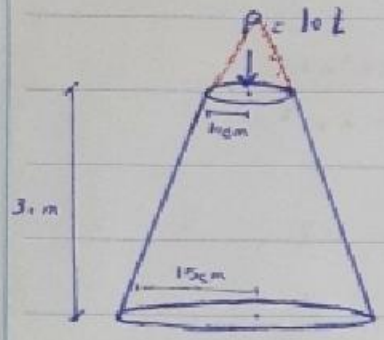
$$* \quad \frac{100\times10^2\times L}{3\times10^7\times t} \int_0^{L=2m} \frac{dx}{x} \Rightarrow \frac{5\times10^3\times2\times10^2}{3\times10^7\times1\times10^{-2}} \times \ln x \Big|_0^{L=2m}$$

$$\frac{5}{100} \times \underbrace{\ln 2}_{3} \times 100$$

PDF Compressor Free Version

• Date: / / Subject:

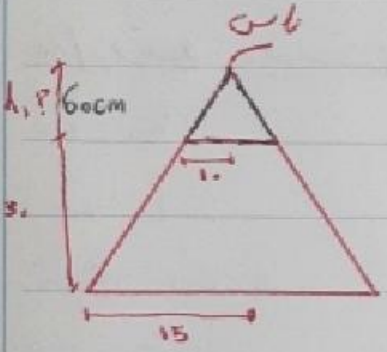
مثال: در مخروط ناقص زیر تغییر شکل ناشی محدل ناقص را محاسبه نمایید.



$E S = 2 \times 10^6 \ kg/cm^2$ $\delta = \int \frac{P dx}{EA_x}$

حل: با توجه به شکل که سطح مقطع آکام آکام تغییر می‌کند پس تغییر شکل در حالت پیوسته است.

برای سادگی کار، ناشی بودن نظر - ناشی مخروط ناقص در نظر می‌گیریم.



$$\frac{15}{10} = \frac{30 + h_1}{h_1} \Rightarrow 15h_1 = 300 + 10h_1$$

$$5h_1 = 300$$

$$\boxed{h_1 = 60\,cm}$$

اکنون را به شعاع r_x انتخاب می‌کنیم (برای پیدا کردن A_x و جابجایی آن دفرمول).

$$\frac{r_x}{10} = \frac{x}{60} \Rightarrow r_x = \frac{10x}{60} \qquad r_x = \frac{x}{6}$$

مساحت دایره $Area = \pi r_x^2 = \pi x \left(\frac{x}{6}\right)^2 = \frac{\pi x^2}{36}$

$$\delta_p = \int_{60}^{90} \frac{P dx}{EA_x} = \int_{60}^{90} \frac{10 \times 10^3 dx}{\frac{2 \times 10^6 \times \pi x^2}{36}} = \int_{60}^{90} \frac{10 \times 10^3 \times 36}{2 \times 10^6 \times \pi x^2} dx = \int_{60}^{90} \frac{36 \times 10^3}{2 \times 10^6 \times \pi} x^{-2} dx =$$

$$\int_{60}^{90} 0.005 x^{-2} dx = 0.005 \int_{60}^{90} x^{-2} dx = x^{-2+1} \Big|_{60}^{90} =$$

PDF Compressor Free Version

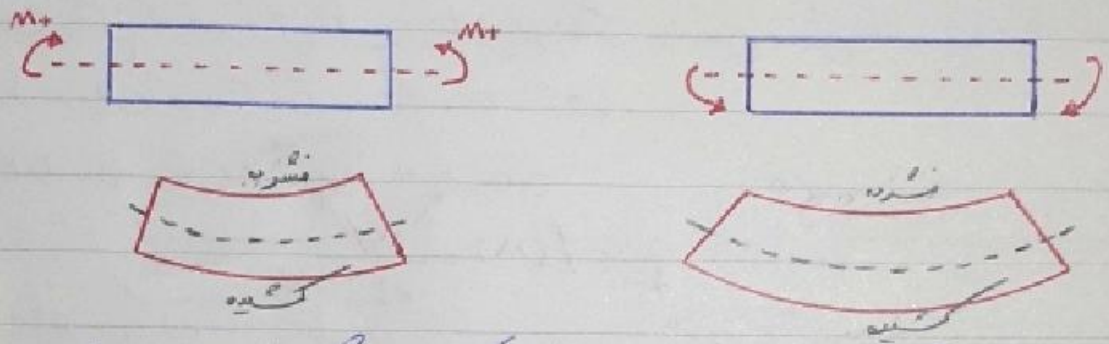
Date: / /

Subject:

$$= \frac{9^{-1}}{-1} = -\frac{1}{9^1} = -\frac{1}{9} \Big|_{60}^{90} \quad (-\frac{1}{90} - \frac{1}{60}) = \frac{1}{90} + \frac{1}{60} = ?$$

فصل دوم - خمش در اعضا:

مقدمه: قبل از هر چیزی می بایست نمودی ایجاد خمش در اعضا را بررسی کنیم.



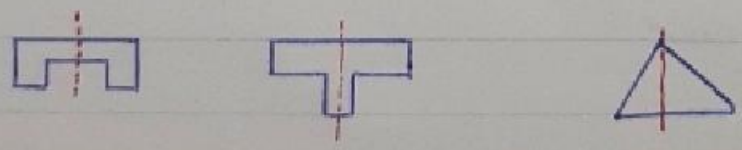
لنگر مثبت در نظر می گیریم که زیر تاثیر خمشی (تابیدن) که در مرکز سطح قطاری کشیده می شود و قسمت بالای تار خنثی فشرده می شود و در لنگر منفی عکس است.

- فرضیات خمش

برای حل مسائل تنش خمشی ابتدا یکسری فرضیات را مطرح نموده و بر مبنای این فرضیات مسائل خمش را حل می کنیم.

۱- مقاومت ممکن بوده و رفتار مصالح به کشش و فشار یکسان است. یعنی اینکه جنس مواد یکی باشد که اگر یکی نبود تدسطا تکنیک مقطع معادل جنس مصالح را یکی می کنیم.

۲- صفحه ی مقطع دارای حداقل یک محور تقارن است که در این صفحه وارد می شود که خمش همواره بر این محور تقارن صورت می گیرد.

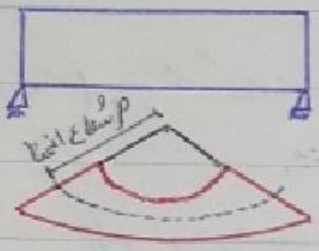


PDF Compressor Free Version

Date: / / Subject:

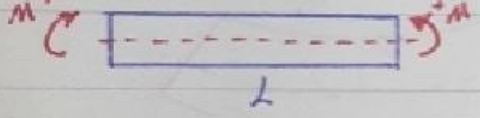
۳) شعاع انحنا حاصل از خمشی بسیار بزرگ است مرجبه انحنا بیشتر با شعاع انحنا کوچک تر است.

شعاع انحنا ↓ انحنا ↑



۴) از اثر برشی که معمولاً در کنار خمشی وجود دارد بجای تیرهای با ارتفاع کم صرف نظر کنیم.

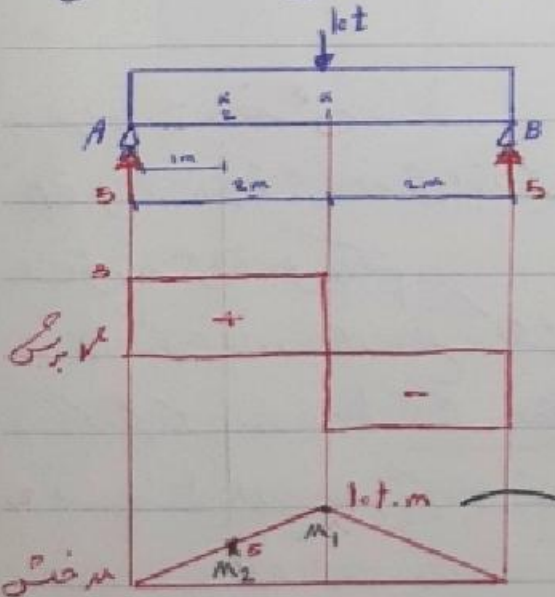
۵) فرض می کنیم که تغییر شکل های حاصل از خمشی در ارتفاع مقطع بصورت خطی تغییر کند یعنی (بر قرارای قانون هوک $\sigma = E \cdot \varepsilon$).

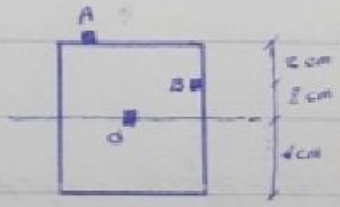


$$\sigma = f(M) = \frac{M \cdot y}{I_x}$$

σ: تنش خمشی — M: لنگر خمشی — y: فاصله نقطه مورد نظر تا تار خنثی — I_x: ممان اینرسی کل مقطع حول مرکز سطح

مثال: مطلوبست محاسبه تنش خمشی در نقاط ۱ و ۲ تیر و در تارهای A, B, C مقطع.





$M_1 = 1ot.m$

$M_2 = 5 t.m$

$1ot.m \rightarrow 1ot.m$ تبدیل به $\frac{1000}{Kg} \times \frac{100}{cm} \Rightarrow 10^5$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{5 \times 8^3}{12} = 213.33\ m^4$$

PDF Compressor Free Version

Date: / / Subject:

$$\sigma_{1A} = \frac{M_1 y}{I_m} = \frac{10 \times 10^5 \times 4}{213.3} = 18752.9\ kg/m^2$$

$$\sigma_{1B} = \frac{M_1 y}{I_m} = \frac{10 \times 10^5 \times 2}{213.3} = 7512.53\ kg/m^2$$

$$\sigma_{1C} = \frac{M_1 y}{I_m} = \frac{10 \times 10^5 \times 0}{213.3} = 0$$

$$\sigma_{2A} = \frac{M_2 y}{I_m} = \frac{5 \times 10^5 \times 4}{213.3} = 9376.46\ kg/m^2$$

$$\sigma_{2B} = \frac{M_2 y}{I_m} = \frac{5 \times 10^5 \times 2}{213.3} = 4686.46\ kg/m^2$$

$$\sigma_{2C} = \frac{M_2 y}{I_m} = \frac{5 \times 10^5 \times 0}{213.3} = 0$$

خمش در مقاطع مرکب از چند ماده

در مواردی که با خمش ممکن بود مقطع یک شرط اساسی برای حل مسئله خمش بود، یعنی مصالح بکار رفته در مقطع از چند جنس تشکیل شده باشد به کمک تکنیک مقطع معادل ابتدا کلیه ی مواد را به یک جنس تبدیل می کنیم که در این صورت شرط مورد نیاز برقرار گردیده است.

مراحل حل خمش برای مقاطع مرکب:

۱- یکی از مواد را به عنوان ماده ی مبنا در نظر گرفته سایر مواد را به ماده ی مبنا تعریف می کنیم.

نکته: در این مرحله عددی تبدیل کون مواد می باشد.

ابتدا باید جهت لنگر خمشی را مشخص کنیم چون تنش با ارتفاع تارع حساس می باشد بنابراین تغییر ابعاد مقطع در جهت لنگر انجام می گیرد.

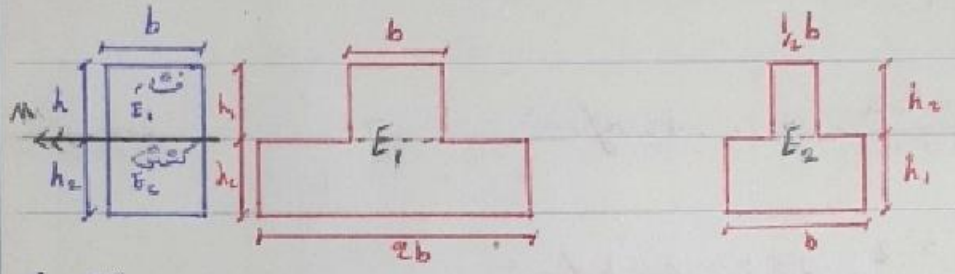
PDF Compressor Free Version

Date: / / Subject:

2) محور خنثی مقطع معادل را تعیین و همان اینرسی را نسبت به تار خنثی محاسبه می‌کنیم.

3) تنش در ارتفاع مقطع به کمک رابطه $\sigma = \frac{M \cdot y_{max}}{I}$ تعیین می‌کنیم.

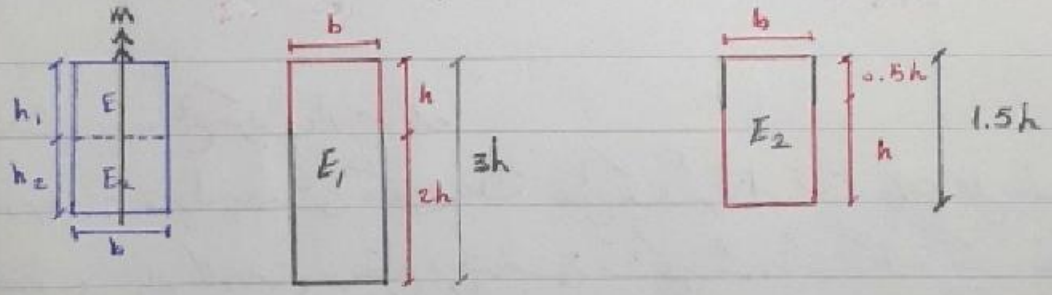
4) برای رسیدن به مقادیر واقعی تنش - تنش‌ها را در ضرب‌های $\frac{E_2}{E_1}$ و $\frac{E_3}{E_1}$ و ... ضرب می‌کنیم. (E_1 مادی مبنا است)



$E_2 = 2E_1$

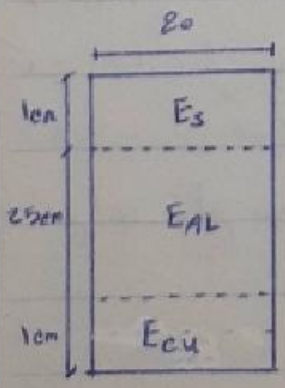
ضریب تبدیل $= \frac{E_2}{E_1} = \frac{2E_1}{E_1} = 2$

$n = \frac{E_1}{E_2} = \frac{E_1}{2E_1} = \frac{1}{2}$



$n = \frac{E_2}{E_1} = \frac{2E_1}{E_1} = 2$

مثال: اگر لنگر خمشی وارد بر مقطع 5t.m باشد مطلوبست حداکثر تنش در فولاد، مس و آلومینیوم با بیست آگرید.

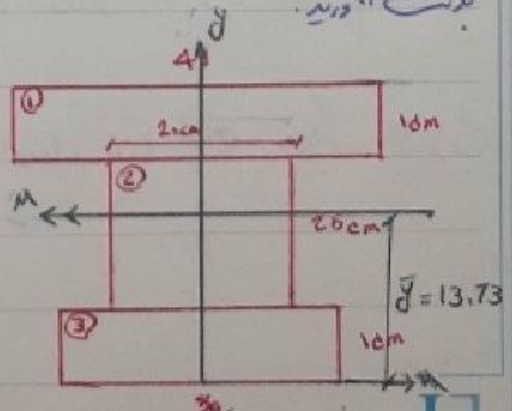


$E_S = 2 \times 10^7 \ kg.cm^2$

$E_{AL} = 1 \times 10^7 \ kg.cm^2$

$E_{Cu} = 1.5 \times 10^7 \ kg.cm^2$

$M = 5t.m$



شکل نسبت به محور y متقارن است پس $\bar{x} = 0$.

PDF Compressor Free Version

Date: / / Subject:

فولاد $= \frac{E_S}{E_{AL}} = \frac{2\times10^6}{1\times10^6} = 2$ مس $= \frac{E_{Cu}}{E_{AL}} = \frac{1.5\times10^6}{1\times10^6} = 1.5$

$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i A_i}{\sum A_i} = \frac{(40\times1\times26.5)+(20\times25\times13.5)(1\times30\times0.5)}{(40\times1)+(20\times25)+(1\times30)} = 13.73cm$

فاصله مرکز سطح تا محور x

$I_{xc} = I_m + Ad^2 \rightarrow y-\bar{y}$

$I_{xc} = \left(\frac{40\times1^3}{12} + (40)(1)(12.75)^2\right) + \left(\frac{20\times25^2}{12} + (20\times25)(0.23)^2\right) +$

$\left(\frac{30\times1^3}{12} + (30\times1)(13.23)^2\right) = I_{xc} = 37847.9 cm^2$

$(\sigma_{max})_{AL} = \frac{M\cdot y_{max}}{I_m} = \frac{5\times10^5 kg.cm \times 12.73}{37847.9} = 168.17 \frac{kg}{cm^2}$

$(\sigma_{max})_S = \frac{M\cdot y_{max}}{I_n} * 2 = \frac{5\times10^5 \times 13.27}{37847.9} \times 2 = 350.61 \frac{kg}{cm^2}$

$(\sigma_{max})_{Cu} = \frac{M\cdot y_{max}}{I_n} * 1.5 = \frac{5\times10^5 \times 13.73}{37847.9} \times 1.5 = 272.07 \frac{kg}{cm^2}$

فصل سوم - برش در اعضاء

اگر در یک مقطع نیروی برشی عمل کند (نیروی که عمود بر مقطع باشد) در آن ایجاد تنش برشی τ (تاو) که از رابطه زیر بدست می‌آید.

نیروی برشی وارد بر سطح

$\tau = \frac{VQ}{I_x t}$ ← گشتاور اول سطح (نگران استاتیک)

ممان اینرسی کل مقطع حول تار خنثی ← عرض (پهنا) مقطع

PDF Compressor Free Version

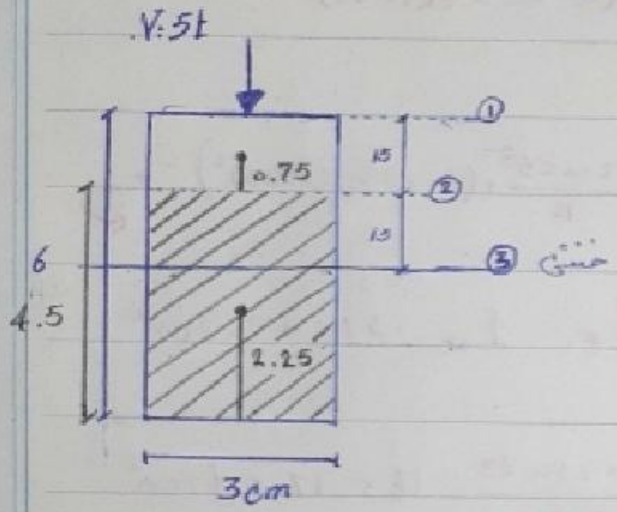
Date: / /

Subject:

$A \cdot \bar{y} = Q$ ← فاصله‌ی مرکز سطح هر شکل تا تار خنثی

↓ سطح مقطع

مثال: تنش برشی تارهای تعیین شده در شکل زیر حساب نمایید.



$$\tau = \frac{VQ}{It} = \frac{V_x(A.\bar{y})}{I.t}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12}^*$$

$$\begin{cases} \text{بالای تار ۱} = \dfrac{5\times10^3 kg \times (\cdot \times \bar{y})}{\cdot} = \cdot \\ \text{پایین تار ۱} \quad \dfrac{5\times10^3 kg \times (18\times\cdot)}{\cdot} = \cdot \end{cases}$$

$$\tau_2 = \frac{V_x(A.\bar{y})}{I_x.t} = \frac{5\times10^3 \times (3\times1\times2.25)}{\frac{3\times6^3}{12} * 3^*} = 312.5 kg$$

$$\tau_3 = \frac{V_\cdot(A.\bar{y})}{I_\cdot.t} = \frac{5\times10^3 kg \times (3\times3\times1.5)}{\frac{3\times6^3}{12} * 3} = 416.66 kg$$

۲ نکته‌ی مهم:

۱ تنش برشی در دورترین فاصله تا تار خنثی صفر است. (مگر تنش خنثی)

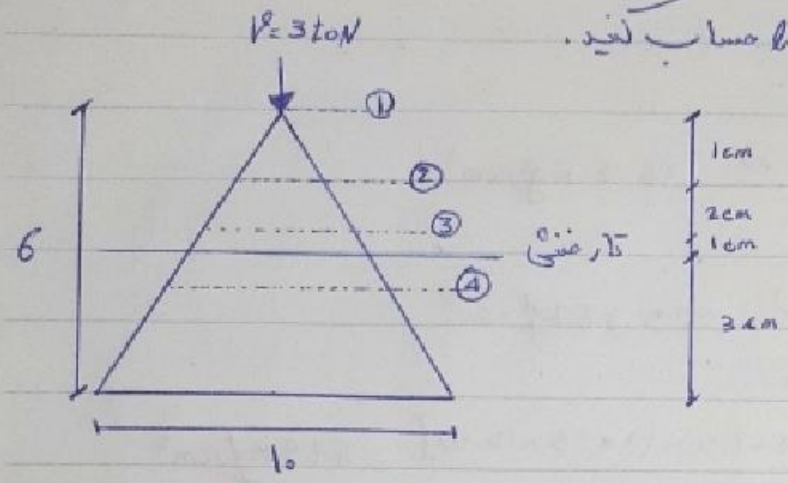
۲ تنش برشی بیشتر مقاطعی که عرض یا پهنای آن ثابت است یا با حرکت به طرف تار خنثی از هر ۲ طرف (عرض یا پهنا) کم شود بر روی تار خنثی بیشترین مقدار است.

PDF Compressor Free Version

Date: / /

Subject:

مثال: تنش برشی τ_{max} را حساب کنید.



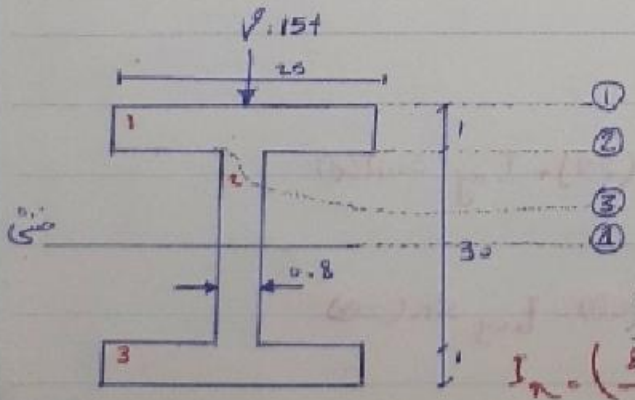
$$\tau_1 = \frac{VQ}{It} = \frac{3\times10^3\times(0\cdot y)}{It} = 0 \quad \tau_1 = 0$$

$$\tau_2 = \frac{VQ}{It} = \frac{3\times10^3\times(\frac{1}{2}\times\ \times1.6\times3.33)}{\frac{10\times6^3}{36}\ *\ 3.6} = 83.2\ kg\ \tau_2$$

$$\tau_3 = \frac{3\times10^3\times(\frac{1}{2}\times5\times3\times2)}{\frac{10\times6^3}{36}\ *5} = 15.\ kg\ \tau_2$$

$$\tau_4 = \frac{3\times10^3\times(\frac{1}{2}\times4\times6.66\times1.33)}{\frac{10\times6^3}{36}\ *6.66} = 13.3\ kg\ \tau_4$$

مثال: تنش برشی τ_{max} را حساب کنید.



12.16.66

2.08

$$I_x = \left(\frac{25\times1^3}{12} + (25\times1)(15.5)^2\right)\times2 + \left(\frac{0.8\times30^3}{12} + (30\times0.8)\times0\right) = 13816.7\ cm^4$$

PDF Compressor Free Version

Date: / /

Subject:

$$\tau_{b1} = \frac{15 \times 1.^3 \times (-\times \bar{y})}{It} = -$$

$$\tau_{b2} = \frac{15 \times 1.^3 \times (1 \times 25 \times 15.5)}{13816.7 \times 25} = 16.8 \ kg/cm^2$$

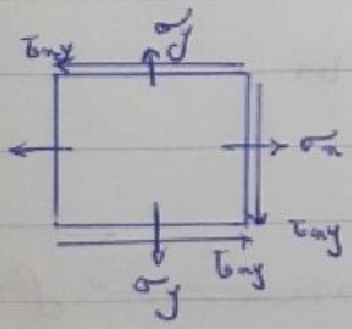
$$\tau_{b3} = \frac{15 \times 1.^3 (1 \times 25 \times 15.5)}{13816.7 \times 0.8} = 525.86 \ kg/cm^2$$

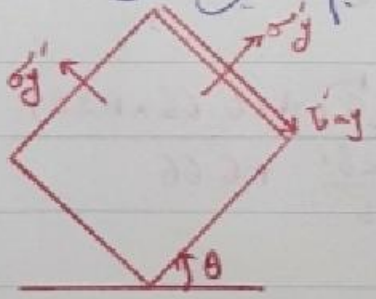
$$\tau_{b4} = \frac{15 \times 1.^3 \times [(15 \times .8 \times 7.5) + (1 \times 25 \times 15.5)]}{13816.7 \times 0.8} = 648 \ kg/cm^2$$

فصل چهارم - تغییرات تنش و کرنش (طراحی تیر)

تبدیل تنش صفحه‌ای:

فرض کنید المانی بصورت زیر داده شده باشد و مولفه‌های σ_x ، σ_y ، τ_{xy} مربوط کوچک نشان داده شده بدست آمده است. حال اگر این المان تحت مختصات (خلاف عقربه‌های ساعت) چرخانیم تنش‌ها بصورت زیر ارائه داده شده.





$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos(2\theta) + \tau_{xy} \sin(2\theta)$$

$$\sigma_{y'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \cos(2\theta) - \tau_{xy} \sin(2\theta)$$

$$\tau_{xy}' = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin(2\theta) + \tau_{xy}(2\theta)$$

PDF Compressor Free Version

Date: / / Subject:

نکته: اگر θ ساعتگرد بچرخد طلاست θ منفی می‌شود.

تنش‌های قائم - نرمال σ_x ، σ_y

تنش برشی τ_{xy}

طریقه کشیدن دایره مور:

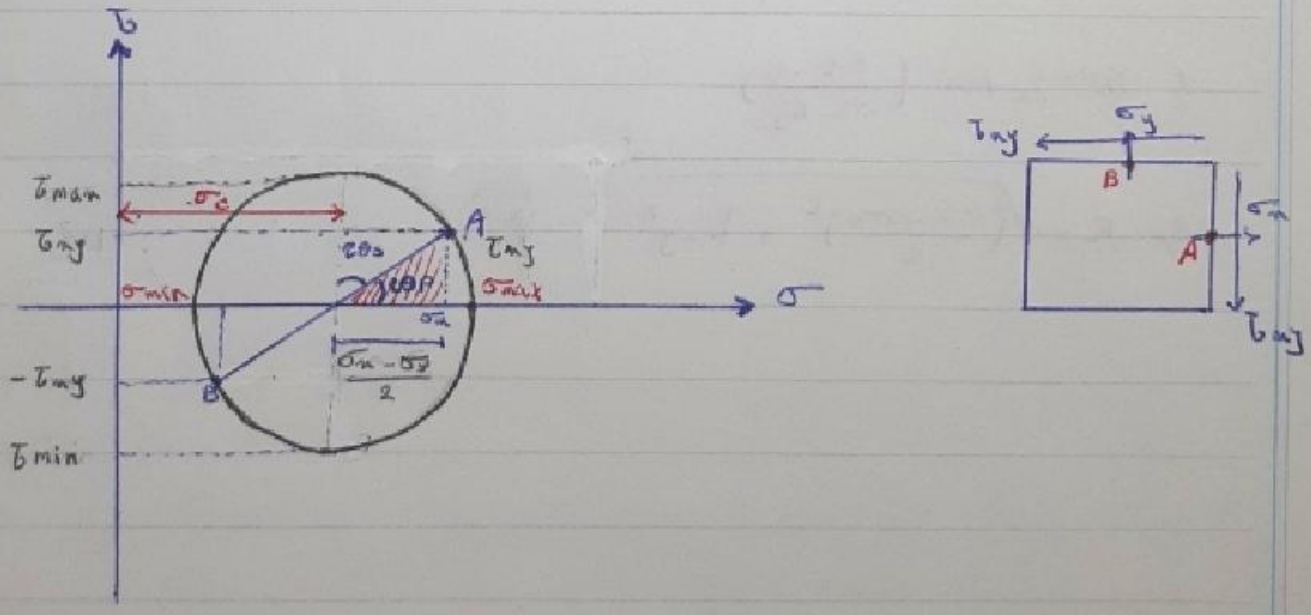
- تا رد دارد:

1) تنش‌های نرمال کششی مثبت است و فشاری منفی

2) اگر تنش برشی المان با ساعتگرد بچرخاند τ_{xy} مثبت است در غیر اینصورت منفی است

3) چرخش المان به اندازه θ با برابر است با چرخش 2θ در دایره مور آن.

نکته: در ترسیم دایره مور یک محور مختصات داریم که محور افقی مربوط به تنش‌های نرمال و محور قائم مربوط به تنش‌های برشی است.



زاویه صفحات اصلی

θ_s : زاویه‌ای که المان در چرخش تنش برشی به بیشترین مقدار می‌رسد.

θ_p : زاویه‌ای که المان در چرخش تنش به صفر می‌رسد.

PDF Compressor Free Version

Date: / /

Subject:

مفهوم کار فیزیک مورد

1, $\tau_{max} = R$

2, $\tau_{min} = -R$

3, $\sigma_c = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$

4, $\sigma_{min} = \sigma_c - R$

5, $\sigma_{max} = \sigma_c + R$

6, $2\theta_P + 2\theta_S = 90 \xrightarrow{\div 2} \theta_P + \theta_S = 45^\circ$

7, $\theta_P = \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}\right)$

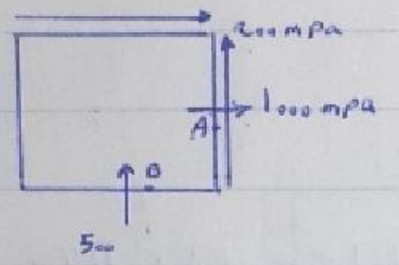
8, $R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

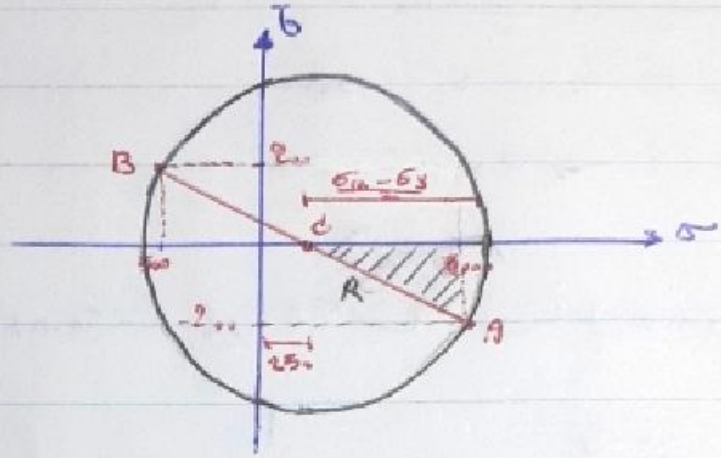
PDF Compressor Free Version

Date: / /

Subject:

مثال: با توجه به شکل زیر تمام پارامترهای دایره مور را بدست آورید.





$$\sigma_c = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{1000 - 500}{2} = 250$$

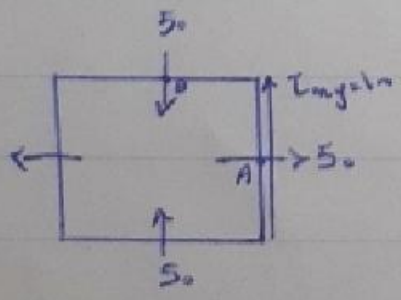
$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2} = \left(\frac{1000 + 500}{2}\right)^2 + (200)^2 \Rightarrow R = \sqrt{(750)^2 + 40000} = 776.2$$

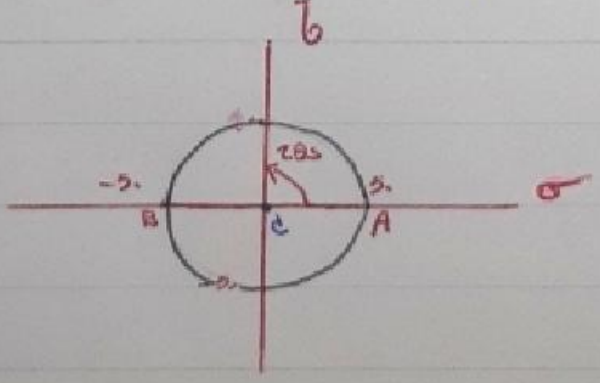
$$\tau_{max} = R = 776.2$$

$$\sigma_{max} = \sigma_c + R = 250 + 776.2 = 1026.2$$

$$\sigma_{min} = \sigma_c - R = 250 - 776.2 = -526.2$$

مثال: دایره مور المان زیر را رسم کنید و تنش برشی max چقدر است؟





PDF Compressor Free Version

Date: / / Subject:

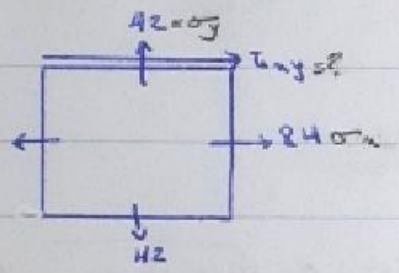
$\tau_{max} = R = 50$

$\sigma_c = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{30 - 50}{2} = -10$

$\sigma_{min} = \sigma_c - R = -10 - 50 = -60$

$tg(2\theta_s) = \infty \rightarrow \theta_s = 45 \Rightarrow \theta_P = 0$

مثال: در المان زیر تنش اصلی (σ_{min}) برابر با 28 است تنش اصلی max و تنش برشی τ را بدست آورید.



$\sigma_{max} - \sigma_c = R$

$= \sigma_3 + 35 = 98$

$\sigma_c = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{84 + 42}{2} = \frac{126}{2} = 63$

$\sigma_{min} = \sigma_c - R$

$28 = 63 - R \rightarrow R = 63 - 28 = 35 = \tau_{max}$

$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

$35 = \sqrt{\left(\frac{84 + 42}{2}\right) + \tau_{xy}^2}$

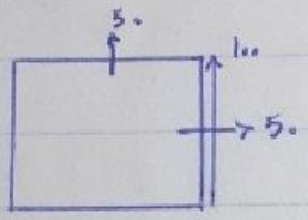
$1225 = 441 + \tau_{xy} \longrightarrow 784 = \tau_{xy}^2 \rightarrow \tau_{xy} = \sqrt{784} = \underline{28}$

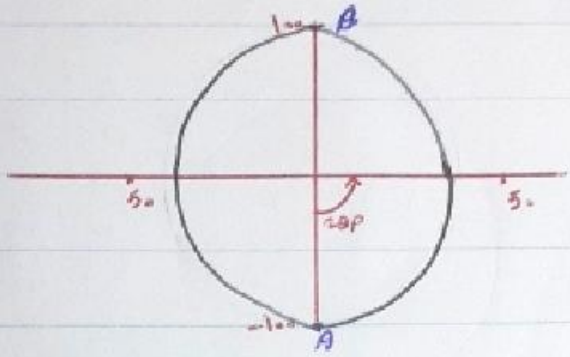
PDF Compressor Free Version

Date: / /

Subject:

مثال: دایره معدل المان زیر را رسم کنید.





$R = 100 = \tau_{max}$

$\sigma_{min} = \sigma_c - R$

$50 - 100 = -50$

$\sigma_{max} = \sigma_c + R = 50 + 100 = 150$

$2\theta P = 90^\circ \rightarrow \theta P = 45^\circ \qquad \theta = 0$