دانشگاه فنی و حرفه ای

جزوه تحلیل سازه (۱)

آقای مهندس حمالی

آموزشکده فنی و حرفه ای یسران بروجرد

Date: / /

Subject:

« تحلیل سازه »

فصل یک : درجه نامعینی - پایداری سازه ها

فصل دوم : ترسیم دیاگرام نیروی برشی و لنگر خمشی ، تیر و قاب

فصل سوم : خط تاثیر

فصل چهارم : تغییر شکل سازه ها و روش های محاسبه ی آنها

Date: / /

Subject:

فصل اول: درجه نامعینی و پایداری سازه ها

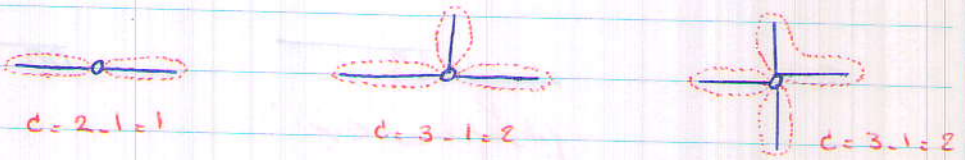
- انواع معادلات تعادل
  1. تعادل
     - صفحه
     - فضا
  2. شرطی (c): هرجا که یک اتصال باشد امکان داشتن معادله شرطی وجود دارد.

فرمول: تعداد معادلات = 3 + c

- انواع اتصالات در سازه

1. اتصال مفصل داخلی

$c = m - 1$ $M_A = 0$ A



$c = 2 - 1 = 1$

* تکیه گاه حساب می شود.

2. اتصال هدایت شده:

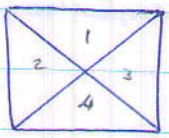
عملکرد آن شبیه تکیه گاه غلتکی است ولی در اتصال تکیه گاه نیست (نقطه یک اتصال است).

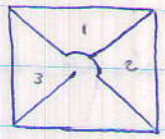
2
Date: / /

Subject:

نکته: تعداد درجه‌ی بسته در شرایطی خاص ممکن است تغییر کند.

در شرایطی که عضوهای ضربدری داریم به این صورت است:





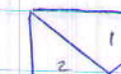
* عضوهای ضربدری از روی هم رد شده‌اند.

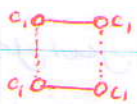
$n = m - h + 1$ $\quad n = 3$

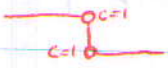
عضوهای ضربدری به هم وصل شده‌اند.

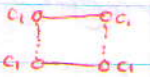
$n = 4$

نکته: اگر بخواهیم تعداد درجه‌ی آزادی مکانیزم‌ها را با رابطه‌ی گروبلر محاسبه کنیم، باید توجه کنیم که در اینجا بهتر است به جای محاسبه‌ی تعداد اتصالات با رابطه، به شکل ساده‌تری که در ادامه‌ی همین جزوه خواهید دید، تعداد درجه‌ی آزادی را محاسبه کنیم.

$C = 1$  $4 - 3 = 1$ کافی است

$C = 1$  $4 - 3 = 1$

$C = 2$  ✓

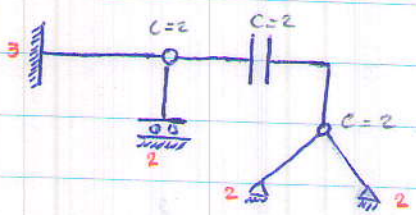
$C = 1$  $4 - 3 = 1$

نکته: در تکیه‌گاه فنر عائم چنانچه سختی فنر را بسیار بی نهایت بدهیم به تکیه‌گاه‌های تبدیل می‌شود که در راستای عائم جابجایی صفر است.

در نتیجه می‌توانیم بیایی این تکیه‌گاه از تکیه‌گاه غلطکی تر در نظر بگیریم.

$F = K \cdot \Delta \rightarrow \Delta = \frac{F_{ext}}{K \to +\infty} = 0$

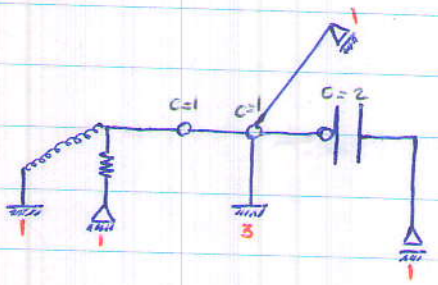
مثال: درجه نامعینی سازه‌های زیر را بدست آورید.



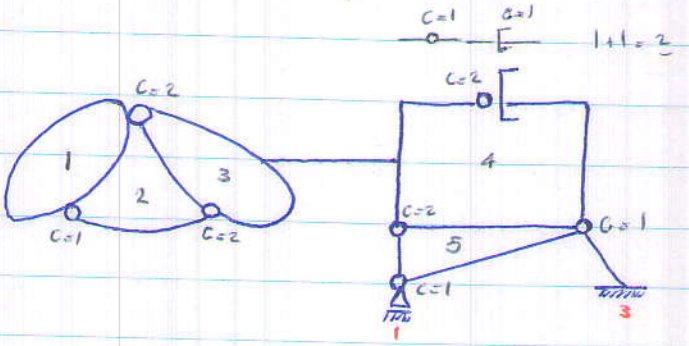
$DI = R + (n+3) - (c+3)$

$R = 9$, $n = 0$, $c = 5$

$DI = 9 + (0 \times 3) - (\underbrace{5+3}_{8}) = 1$



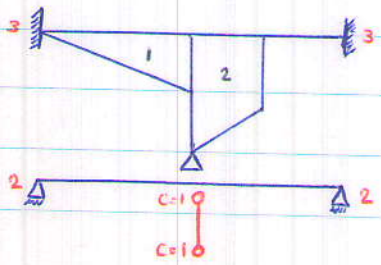
$DI = 7 + (0) - (\underbrace{3+4}_{7}) = 0$ (لایت)



$1+1=2$

5 درجه

$DI = 4 + (\underbrace{5 \times 3}_{15}) - (\underbrace{3+11}_{14}) = 19 - (14) = 5$



$16 - 5 = 11$

Date: / /

Subject:

پایداری سازه ها

ناپایداری سازه ها:

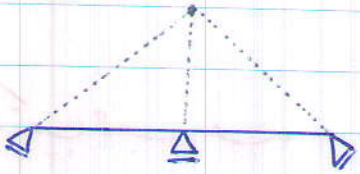
هر سازه ای که یکی از این چهار شرط ناپایداری را داشته باشد سازه ی ناپایدار است.

شرایط ناپایداری:

۱) تعداد کمتر از حداقل سه قید تکیه گاهی بصورت موازی

ناپایدار　　پایدار　　ناپایدار

۲) هم راس بودن حداقل سه قید تکیه گاهی در یک نقطه



ناپایدار

۳) درجه نامعینی (DI) عددی منفی شود.

$$DI = R + (n*3) - (c+r) < 0$$

۴) تعداد کمتر از سه عضو در یک راستا بطوری که عضو داخلی توانایی جابجایی نداشته باشد.

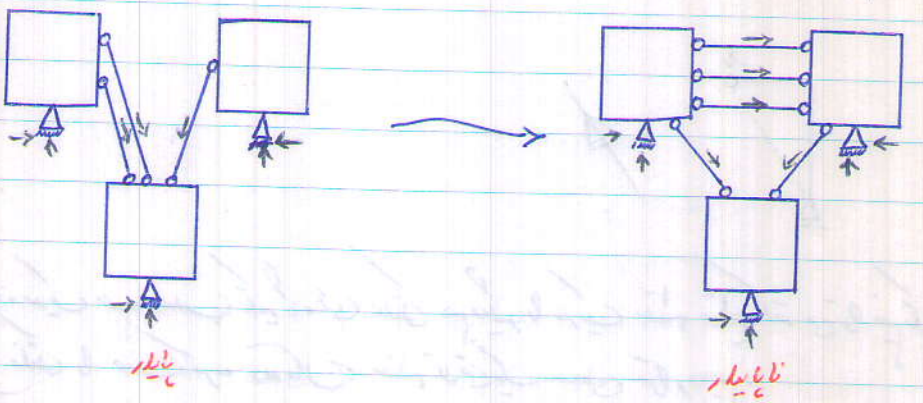
نکته: (عضو داخلی) هرگاه حداقل در هر طرف سه قید تکیه گاهی داشته باشد قابلیت جابجایی ندارد.

Date: / /

Subject:

3. سه جسم صلب

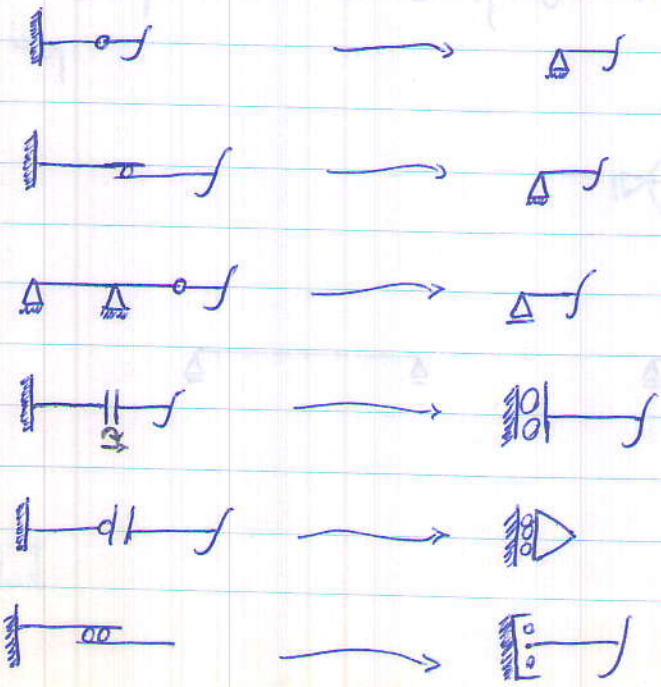
سه جسم صلب برای پایداری نیاز به حداقل ۹ تکیه گاه دارد.



چند نکته برای ساده سازی سازه ها:

۱) اجسامی که حداقل با سه قید به زمین متصل شده باشد جزئی از زمین می باشند، لذا با قرار دادن تکیه گاه در محل اتصال های آنها سازه را می توانیم ساده تر کنیم.

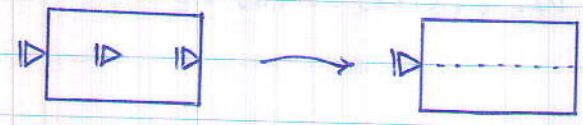
نکته قابل توجه در این قسمت این است که آن تکیه گاهی که قرار می دهیم در راستای اتصال مورد نظر را تامین نماید.



Date: / /

Subject:

۵) اگر چند تکیه گاه غلتکی در یک راستا باشند می توانیم آنها را به یک تکیه گاه غلتکی در همان راستا تغییر دهیم.

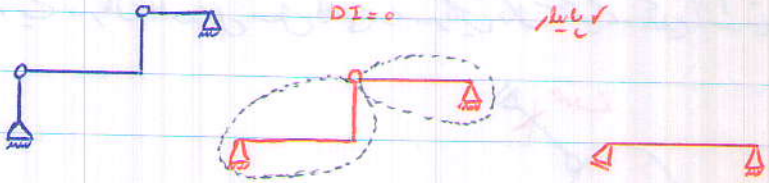


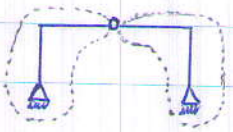
مثال:

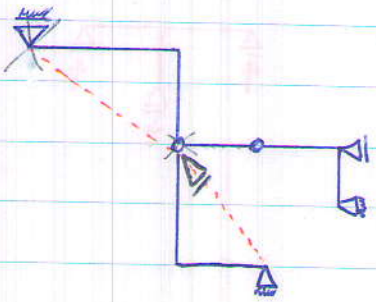
1)
DI=0 پایدار ✓

2)
DI=2 پایدار ✓

3)
DI=2 ناپایدار ✗

4) 
DI=0 پایدار ✓

5) 
پایدار ✓

6) 
DI=0 پایدار ✓

Date: / /

Subject:

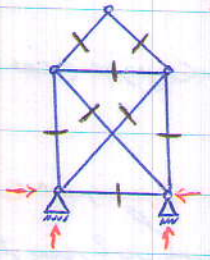
خرپاها

درجه نامعینی خرپا:

$$DI = M + R - 2d$$

M: تعداد اعضا
R: عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی
d: تعداد گره

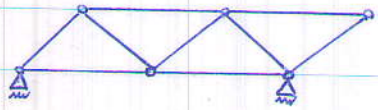
مثال:



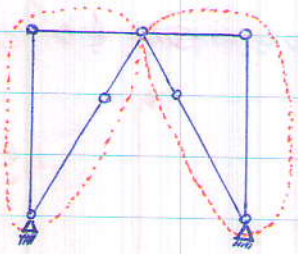
$$DI = 8 + 4 - 2(5) = 12 - 10 = 2$$

انواع خرپاها از نظر شکل پیدایش:

۱. خرپای ساده:
خرپایی است که با استفاده از توزیع مثلثی شکل می‌گیرد.



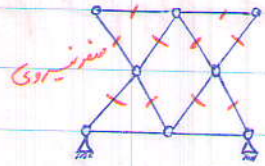
۲. خرپای مرکب:
از تشکیل چند خرپای ساده، خرپای مرکب شکل می‌گیرد.



Date: / /

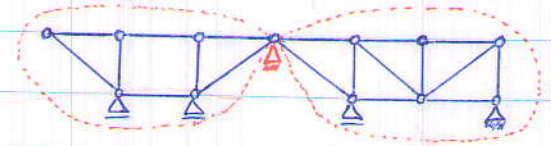
Subject:

2)



ناپایدار

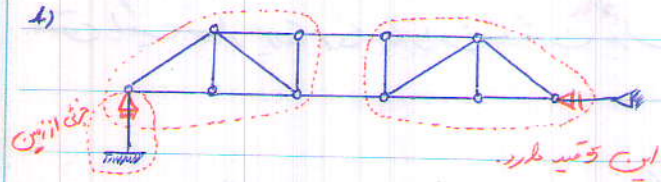
3)



جزئی از زمین

پایدار

4)

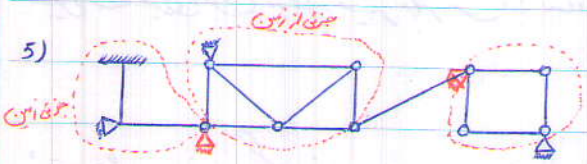


جزئی از زمین

ناپایدار

۱ عضو کم و درجه صلب باید حداقل شش عضو داشته باشد ولی این جا عضو دارد.

5)

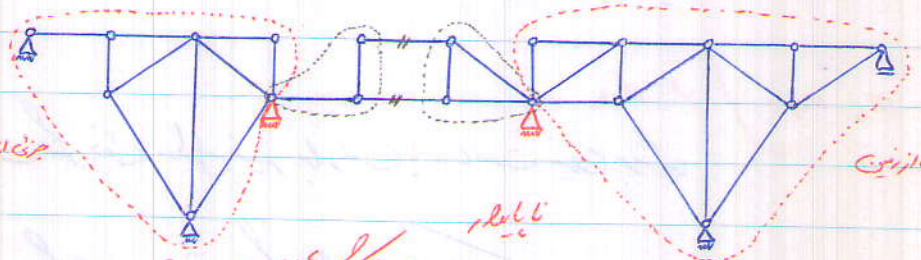


جزئی از زمین

جزئی از زمین

پایدار

6)



جزئی از زمین

جزئی از زمین

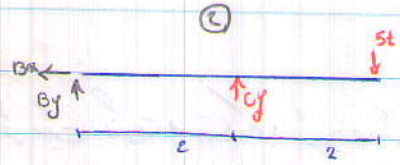
ناپایدار

معادل بودن پایداری یک جسم با پایداری صلبش

Date: / /

Subject:

②



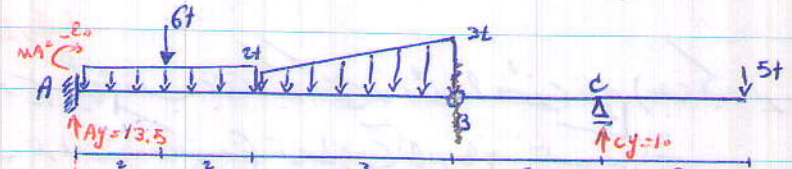
$\curvearrowleft \sum M_B = 0 \rightarrow Cy \times 4 = 5 \times 4$

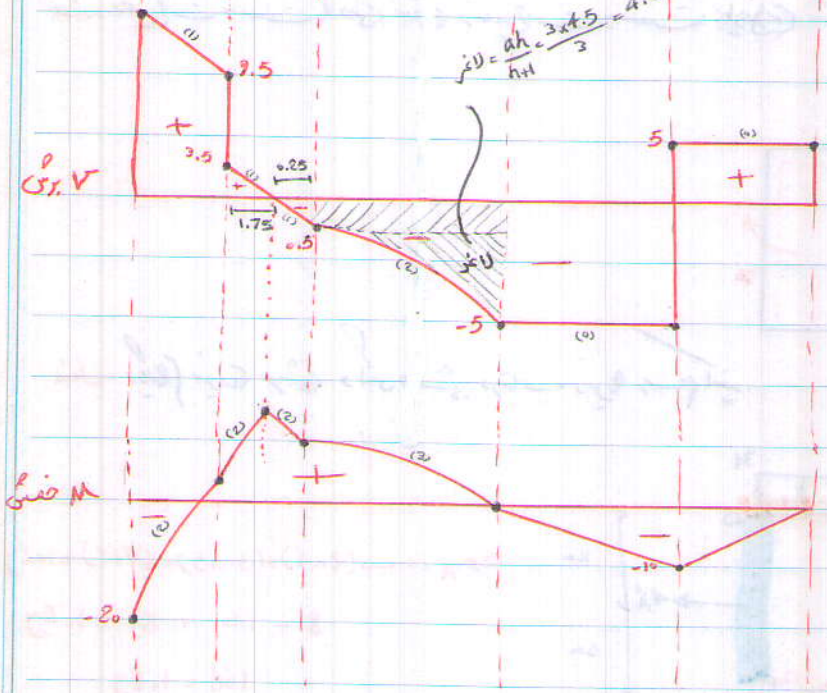
$2Cy = 20 \rightarrow Cy = 10t$

$\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow By + 10 - 5 = 0 \rightarrow By = -10 + 5 = -5$

جهت اشتباه است.

① ②



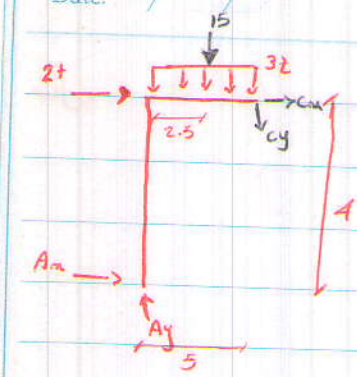


نکته: در خمش همیشه انتقال باید صفر شود.

انتقال هر موضع گیردار بود، برای رسم دیاگرام خمش از صفر شروع می‌شود از نقطه M شروع می‌شود. (هرچند)

Date: / /

Subject:



* از سمت چپ حل می‌کنیم:

$\leftarrow \sum M_C = 0 \rightarrow 4A_m + (15 \times 2 \times 5) = (13.4 \times 5)\ 4A_m$

$+37.5 = 67$

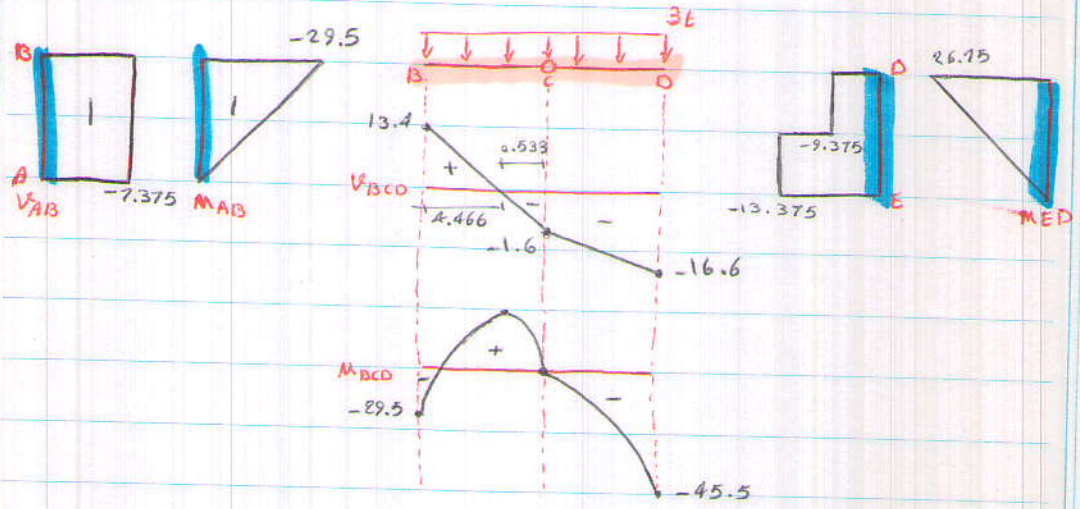
$\sum A_m = 29.5 \rightarrow A_m = 7.735\,t$

$\rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow 7.375 + E + 4 + E_m = 0$

$E_m = -7.375 - E - 4 = -13.735 = E_m$

جهت اشتباه فرض شده

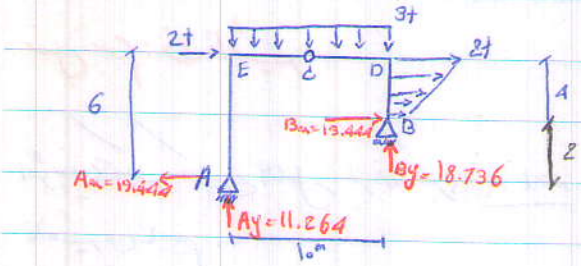
- برای ترسیم دیاگرام ابتدا تا رخط چین ها می‌گیریم تا مشخص کند روی دیوار سازه کجاست.



Date: / /

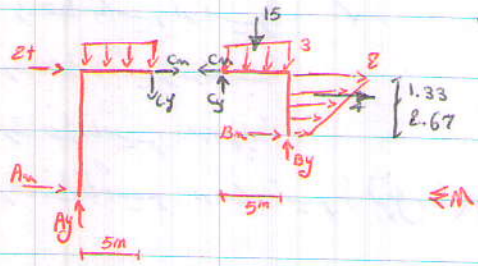
Subject:

مثال:



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow (2\times 6) + (3\times 5) + (4\times 4.66) + (B_x \times 8) = B_y \times 10 \quad (1)$$

۲ مجهول! سازه را از وسط جدا می‌کنیم.



$$8B_x - 10B_y = -18.64$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow (15\times 3.5) = (4\times 1.33) + (B_y \times 5) + (B_x \times 4)$$

$$37.5 - 5.32 = 4B_x + 5B_y$$

$$4B_x + 5B_y = 32.18 \quad (2)$$

$$\times -2 \begin{cases} 8B_x - 10B_y = -18.64 \\ 4B_x + B_y = 32.18 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} -4B_x + 20B_y = +361.28 \\ 4B_x + 1B_y = 32.18 \end{cases}$$

$$21B_y = 393.46 \hookrightarrow B_y = 18.736$$

$$4B_x + 18.736 = 32.18 \hookrightarrow B_x = 13.444\,t$$

$$\text{جسم } \sum F_y = 0 \hookrightarrow A_y - 30 + 18.736 \hookrightarrow A_y = 11.264\,t$$

$$\text{جسم } \sum F_x = 0 \hookrightarrow A_x + 8 + 4 + 13.444 = 0$$

$$A_x = -8 - 4 - 13.444 = -19.444$$

A_x ←

Date: / /

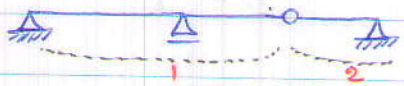
Subject:

رسم خط تاثیر تکیه‌گاه‌ها در تیر ۲ به روش کار مجازی:

آشنایی با تیرهای یکسره:

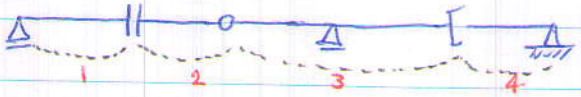
۱ تیر یکسره

۲ تیر یکسره



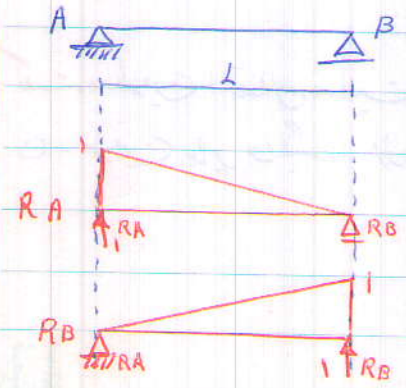
3 تیر یکسره

4 تیر یکسره



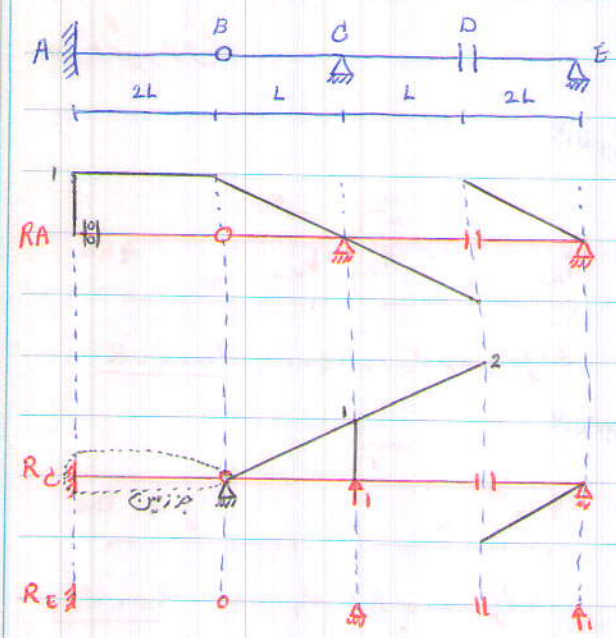
نکته: برای رسم خط تاثیر تکیه‌گاه در تیر ۲ به روش کار مجازی به این صورت عمل کنیم که با داشتن ۲ نقطه از هر تیر یکسره می‌توان خط تاثیر را رسم نمود.

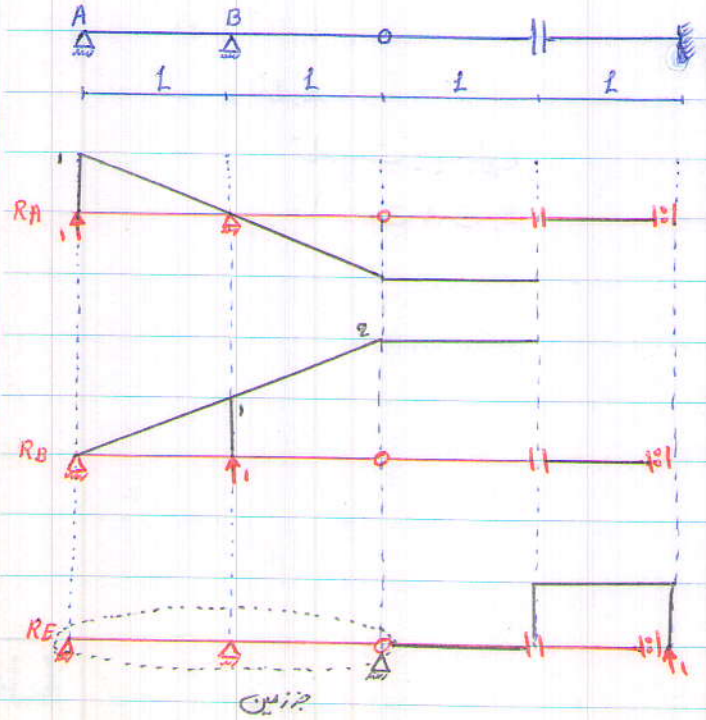
برای رسم خط تاثیر تکیه‌گاه در تیر به روش کار مجازی ابتدا عکس العمل تکیه‌گاه مورد نظر را به اندازه یک واحد آزاد نموده و تغییر شکل تیر را به ازای آن بار رسم می‌کنیم شکل ایجاد شده همان خط تاثیر عضو مورد نظر می‌باشد.



Date: / /

Subject:

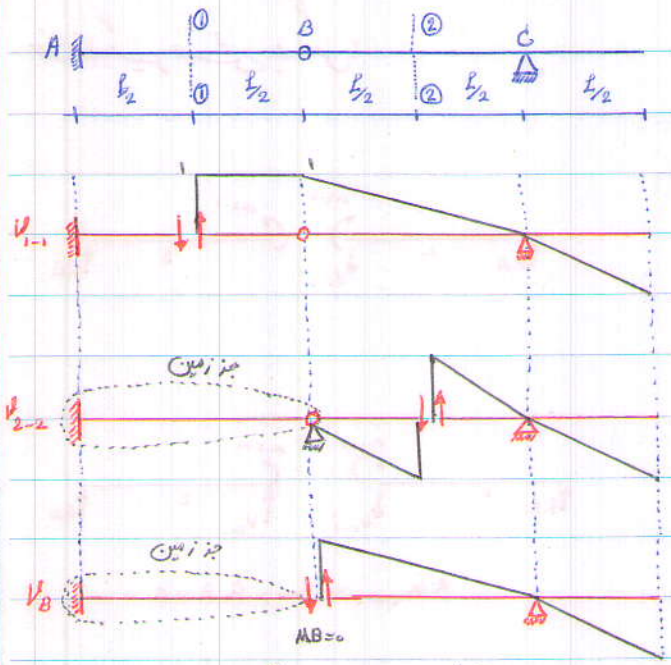




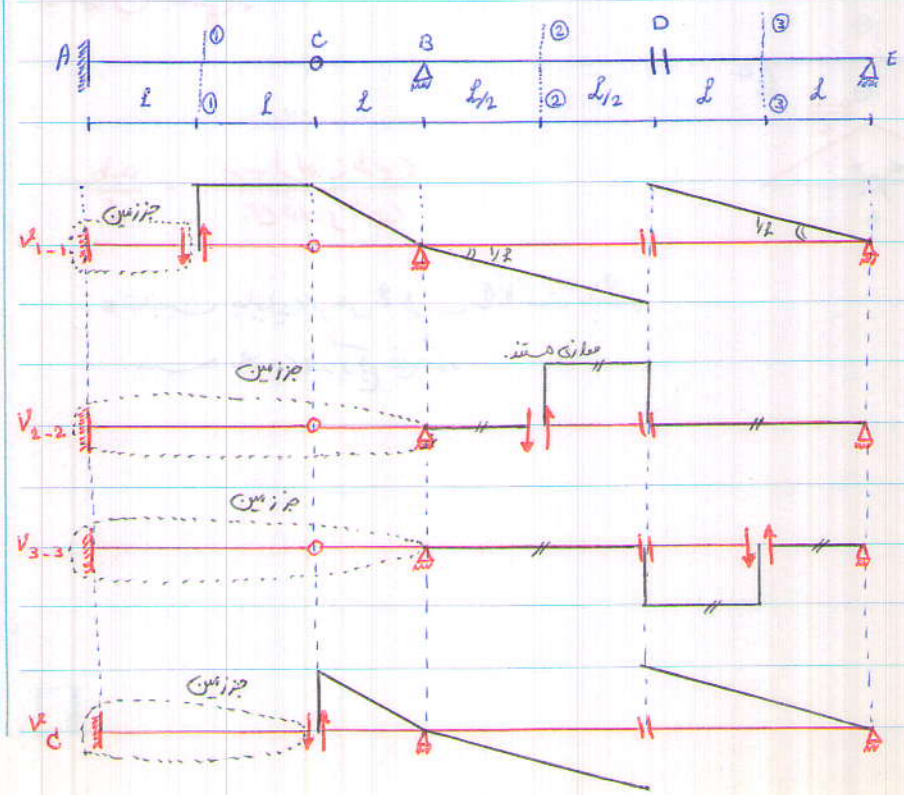
Date: / /

Subject:

مثال:



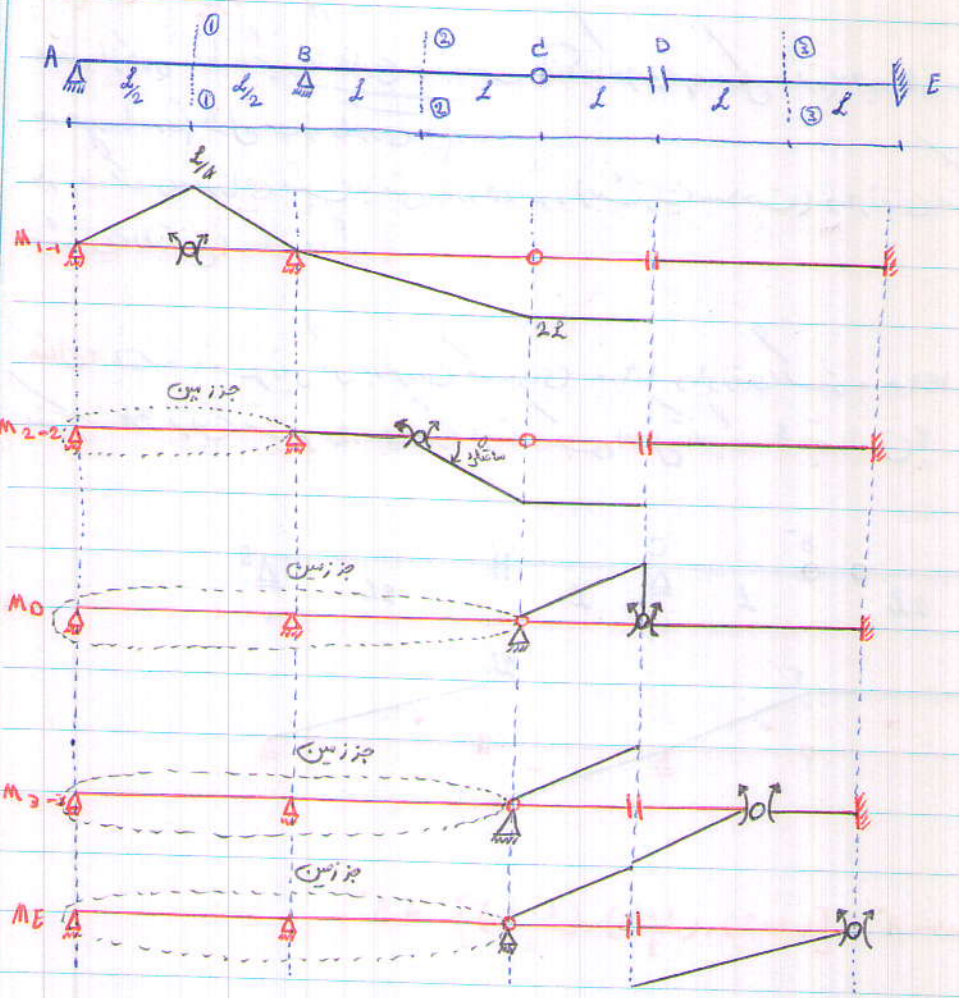
نکته: طرفین اتصال صلبیت شده زمانی باید باهم مساوی باشند که در آن نقطه لنگر وجود داشته باشد.



Date: / /

Subject:

مثال:

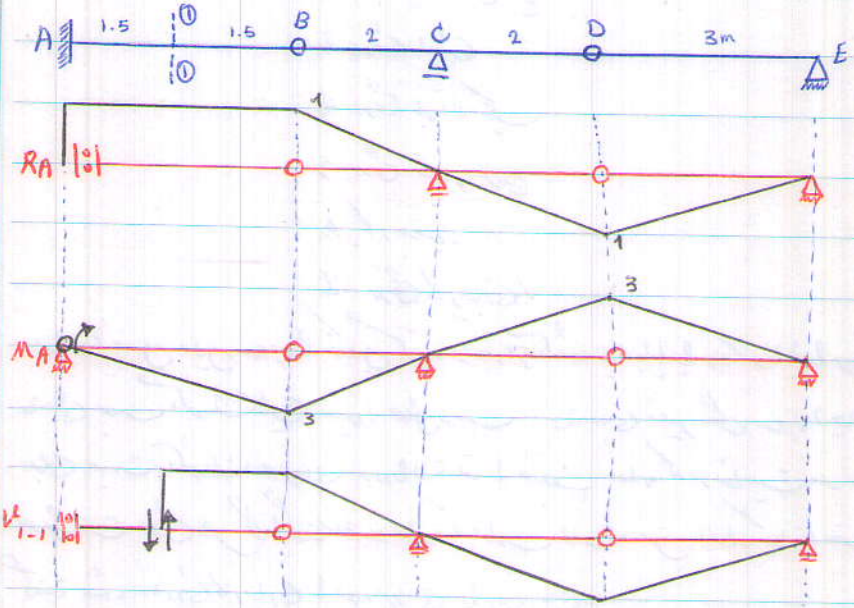


Date: / /

Subject:

مثال: با توجه به تیر زیر اگر بار مرده‌ی گسترده 12t.m و بار زنده‌ی گسترده 8.0t.m و بار زنده متمرکز 4t.m باشد.

الف) عکس العمل A ب) لنگر A ج) V_{1-1} چقدر است؟



الف) RA

$A^+ = (3\times1) + (\frac{2\times1}{2}) = 4\ m^2$

$A^- = (\frac{5\times1}{2}) = -2.5\ m^2$

$RA = 12\times[4 - 2.5] + 8\cdot[4] + 4[1] = 10.2\ ton$

ب) MB

$A^+ = (\frac{5\times3}{2}) = 7.5\ m^2$

$A^- = (\frac{5\times3}{2}) = 7.5\ m^2$

$MA = 12[7.5 - 1.5] + 8\cdot[2.5] + 4[1] = 16.2\ ton$

ج) V_{1-1}

$A^+ = 2.5^+\ m^2$

$A^- = 2.5^+\ m^2$

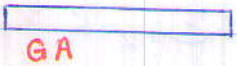
$V_{1-1} = 12[2.5 - 2.5] + 8\cdot[2.5] + 4[1] = 5.4\ ton$

Date: / / Subject:

تحت صلبیت ها در نظر گرفته و با توجه به آن صلبیت ها نیروهای داخلی آن محاسبه شده و در نهایت جابجایی و دوران نقاط محاسبه شود.

(P) صلبیت محوری

(M) صلبیت خمشی



(V) صلبیت برشی

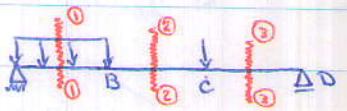
Gj → ممان اینرسی قطبی ($I_x + I_y$)

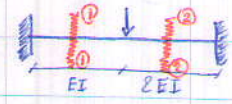
(T) صلبیت پیچشی

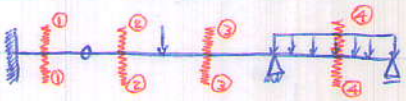
روش کار مجازی:

قبل از توضیح این روش ابتدا باید با نحوه و تعداد برش در سازه و محاسبه ی نیروهای داخلی با توجه به نوع صلبیت های آن آشنا شویم.

برای تعیین تعداد مقاطع باید به این نکته توجه کنیم که هرجا که طول تغییر نماید، بار تغییر نماید، صلبیت تغییر نماید سطح مقطع تغییر نماید حتما باید برش زده شود.







گام اول ①: برای استفاده از روش کار مجازی ابتدا باید با توجه به صلبیت موجود در سازه برش و تعداد برش ها مشخص شود.

گام دوم ②: با توجه به نوع صلبیت باید به ازای بارهای خود سازه برش بزنیم و مقادیر M_m ، V_m ، P_m ،

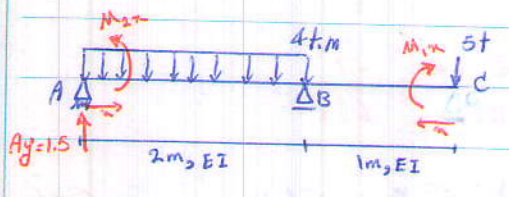
Date: / /

Subject:

$$\rightarrow \theta A: \int_0^2 \frac{M_m \cdot m_m}{EI}\,dx \int_0^2 \frac{(-5x)(-1)}{EI}\,dx + \int_0^2 \frac{6x}{EI}\,dx =$$

$$\frac{5}{EI}\cdot\frac{1}{2}x^2\Big|_0^2 = \frac{5}{EI}\left(\frac{1}{2}(2)^2 - \left(\frac{1}{2}(0)^2\right)\right) = \frac{20}{2EI} = \frac{10}{EI}$$

مثال: دوران نقطه C را حساب کنید.



$$\sum M_B = 0 \longrightarrow (Ay \times 2) + (5 \times 1) = (8 \times 1)$$

$$2Ay + 5 = 8$$

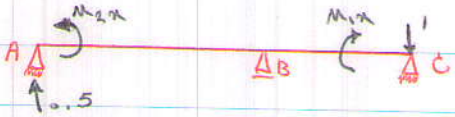
$$2Ay = 3 \longrightarrow Ay = \frac{3}{2} = 1.5\,ton$$

BC ناحیه

$$M_1 = -5x$$

AB ناحیه

$$M_2 x = 1.5x - \frac{2x^2}{2}$$



$$\sum M_B = 0 \longrightarrow (1 \times 1) = R_A \times 2$$

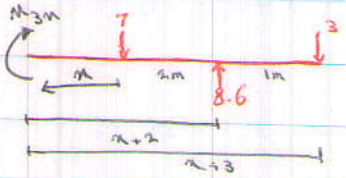
$$1 = 2R_A$$

$$R_A = 1/2 = 0.5$$

$$m_1 x = -x$$

$$m_2 x = 0.5x$$

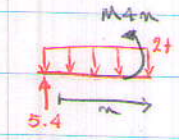
Date: / / Subject:



$M_3x = (-7x) + 8.6(x-2) - 3(x+3)$

$M_3x = -7x + 8.6x + 17.8 - 3x - 9$

$M_3x = -1.4x + 8.2$



$M_4x = 5.4x - \frac{2x^2}{2}$

$M_4x = 5.4x - x^2$

$$\Delta E = \int_0^1 \frac{M_1x \cdot m_1x}{EI}dx + \int_0^2 \frac{M_2x \cdot m_2x}{EI}dx + \int_0^1 \frac{M_3x \cdot m_3x}{EI}dx + \int_0^2 \frac{M_4x \cdot m_4x}{EI}dx$$

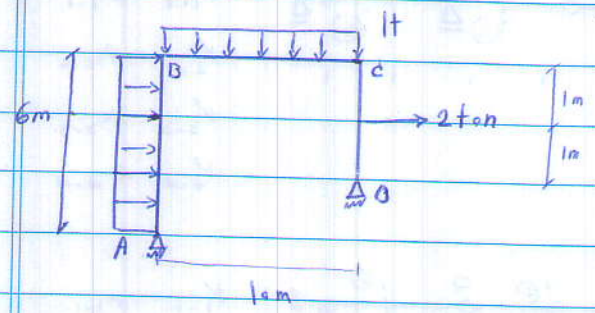
$$\Delta E = \int_0^1 \frac{(-3x)(-x)}{EI}dx + \int_0^2 \frac{(11.6x+3)(-\frac{1}{5}x-1)}{EI}dx + \int_0^1 \frac{(-1.4+8.2)(-\frac{1}{5}x-1.4)}{EI}dx +$$

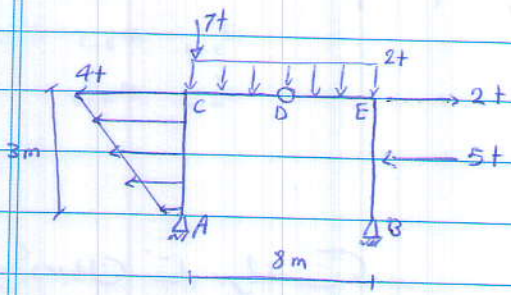
$$\int_0^2 \frac{(5.4x-x^2)(5.4-x)^2}{EI}dx$$

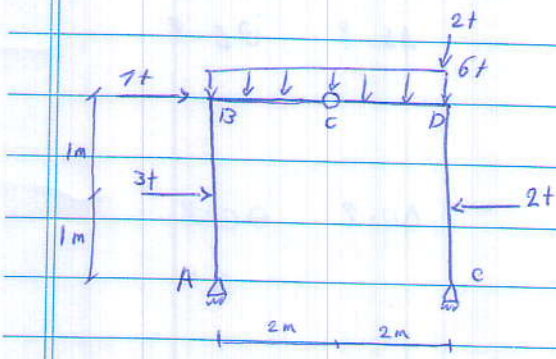
$$\Delta E = \int_0^1 \frac{3x^2}{EI}dx \int_0^2 \frac{1.28x^2}{EI}dx - \int_0^2 \frac{11.6x}{EI} - \int_0^2 \frac{0.6x}{EI}dx - \int_0^2 \frac{3}{EI}dx \dots$$

تمرینات درس تحلیل سازه ۱

دیاگرام نیروی برشی و لنگر خمشی تیرهای زیر را رسم کنید.







SAEI