Date: / /

Subject:

۱) جمع ۲ بردار (برآیند دو بردار):

$$\vec{A} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k} \Rightarrow \boxed{|A| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}}$$

طول بردار A

$$B = b_1 i + b_2 j + b_3 k$$

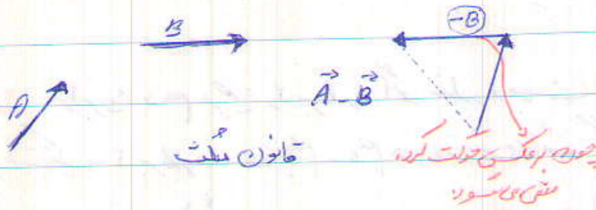
$$R = A + B = (a_1 + b_1)i + (a_2 + b_2)j + (a_3 + b_3)k$$

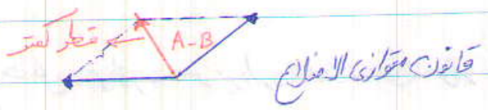
۲) تفریق دو بردار.

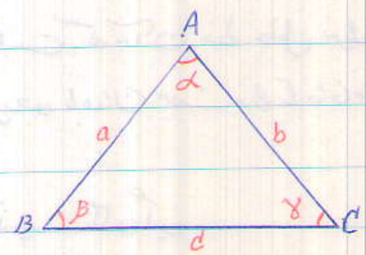
$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

$$A = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$$

$$B = b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$$




$$\boxed{\frac{\sin\alpha}{c} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{a}}$$

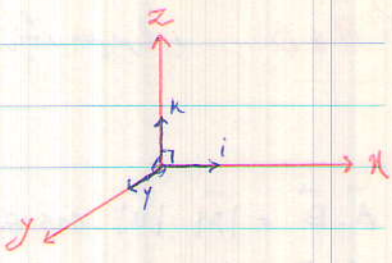
{قضیه سینوس

$$\boxed{\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos\hat{\gamma} \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2.a.c.\cos\hat{\alpha} \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos\hat{\beta} \end{aligned}}$$

{قضیه کسینوس

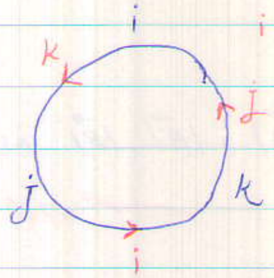
1/ $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$

2/ $\vec{A} \times \vec{B} = -(\vec{B} \times \vec{A})$




3/ ضرب داخلی
$$\begin{cases} i \cdot i = |i| \cdot |i| \cdot \underline{\cos 0} = 1 \\ i \cdot j = |i| \cdot |j| \cdot \underline{\cos 90} = 0 \\ i \cdot k = |i| \cdot |k| \cdot \underline{\cos 90} = 0 \end{cases}$$

$i \times j = k$




4/ ضرب خارجی
$$\begin{cases} |i \times i| \cdot \underline{\sin 0} = 0 \\ |i \times k| \cdot \underline{\sin 90} = 1 \\ |i \times k| \cdot \underline{\sin 90} = 1 \end{cases}$$

مثال/ اگر بردار A . B بصورت مقابل باشد مطلوبست :

زاویه بین ۲ بردار A B را بدست آورید ، $A \ast B$ ، $A \cdot B$ ، $A - B$ ، $A + B$

$\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ $\qquad$ $\vec{B} = \hat{i} - 3\hat{j} \cdot \hat{k}$

$\vec{A} + \vec{B} = A + B = 4\hat{i} - \hat{j}$

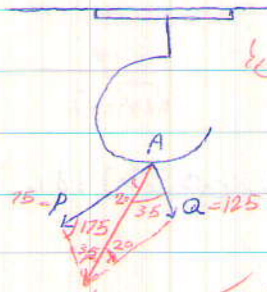
$\vec{A} - \vec{B} = 2\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$

$A \cdot B = (3 \times 1) + (2 \times (-3)) - (-1 \times 1) = 3 - 6 - 1 = -4$

$$A \ast B \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 2 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix} = \vec{A} \ast \vec{B} = (2-3)\hat{i} - (3+1)\hat{j} + (-9-2)\hat{k} =$$

$$\boxed{-\hat{i} - 4\hat{j} - 11\hat{k}}$$

مثال: 2 نیروی Q و P مطابق شکل به نقطه a یک قلاب وارد می‌شود.
اگر P = 75 N و Q = 125 N باشد به طریق ترسیمی بزرگی و راستای برآیند آنها از قانون
متوازی الاضلاع بدست آورید.



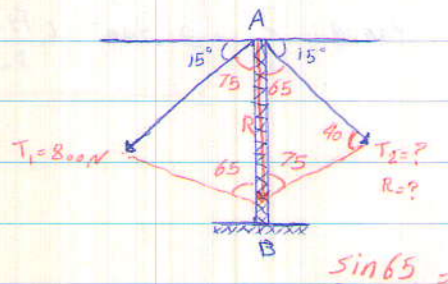

قضیه سینوس‌ها: $\frac{\sin 125}{R} = \frac{\sin 35}{75}$

$= R \quad \frac{\sin 125 \times 75}{\sin 35} = 107.09$

قضیه کسینوس‌ها: $R^2 = P^2 + Q^2 - 2P \cdot Q \cdot \cos 125°$

$R^2 = (75)^2 + (125)^2 - 2(75) \cdot (125) \cdot \cos 125° =$

مثال: یک کابل تلفن در نقطه A به تیر AB متصل شده است. اگر کشش در
سمت چپ این کابل برابر T₁ = 800 N. کشش T₂ در سمت راست
کابل طوری محاسبه نمایید که برآیند نیروهای وارد به A در امتداد قائم باشد و
سپس مقدار برآیند را نیز محاسبه نمایید.

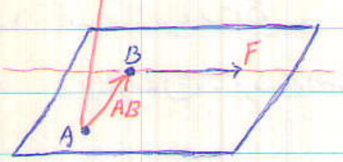



$\frac{\sin 65}{800} = \frac{\sin 40}{R} \rightarrow R = \frac{\sin 40 \times 800}{\sin 65} = 567.39 N$

سینوس‌ها

$\frac{\sin 75}{T_2} = \frac{\sin 65}{800} \rightarrow \frac{\sin 75 \times 800}{\sin 65} = 852.62$

$\vec{M} = \vec{AB} \times \vec{F}$




$$\vec{M}_A = \underbrace{\vec{AB}}_{\text{بردار جابجایی}} \times \underbrace{\vec{F}}_{\text{بردار نیرو}} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ (AB)_x & (AB)_y & (AB)_z \\ (F)_x & (F)_y & (F)_z \end{vmatrix}$$

* جهت بردار از قانون دست راست بدست می آید.

مثال. خط حامل نیروی $F = 10i - 3k$ از نقطه $A\left|\begin{smallmatrix}6\\2\\4\end{smallmatrix}\right.$ می گذرد مطلوبست محاسبه بردار گشتاور در این نیرو نسبت به نقطه $B\left|\begin{smallmatrix}4\\2\\0\end{smallmatrix}\right.$ .

$$\vec{M}_B = ? \quad M_B = \vec{BA} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 0 & 4 \\ 10 & 0 & -3 \end{vmatrix} = +\cancel{(0-0)}\hat{i} - (-4 - 40)\hat{j} + \cancel{(0-0)}\hat{k} = -46\,j$$

فقط j باقی موند

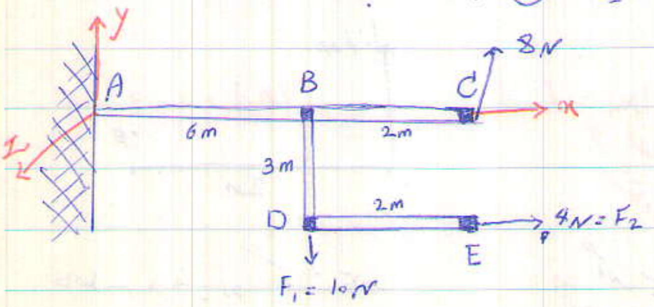
$\vec{BA} = r_A - r_B = 2\hat{i} + 4\hat{k}$

$\vec{BA} = 2i + 4k \quad , \quad F = 10i - 3k$

بردار گشتاور $\boxed{M_B = -46j}$

اندازه بردار گشتاور $\boxed{|M_B| = \sqrt{(-46)^2} = +46}$

مثال. در شکل مقابل بردار گشتاور نیروی های موجود را نسبت نقطه A محاسبه کنید.



Date: / /    Subject:

$MB = ?$  $\Sigma M_B = (8 \times 2) + (4 \times 3) = 28$  باید جواب بشه 28.

$|\overrightarrow{MB}| = (BB \times F_1) + (BE \times F_2) + (BC \times F_3)$

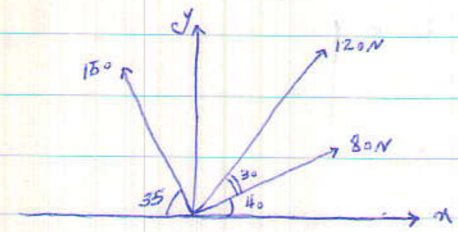
$[(2i - 3j) * (4i)] + [2i * 8j] = \overrightarrow{28K}$

$MB = 28K \rightarrow |MB| = \sqrt[2]{28^2} = 28.$

$BE = r_E - r_B = 2i - 3j$

$BC = r_C - r_B = 2i$

مهم
مثال. مولفه‌های x و y هریک از نیروهای نشان داده شده را تحلیل کنید.




$\vec{F_x} = (80 \cos 40)i + (120 \cos 70)i - (150 \cos 35)i = -12.5i$

$\vec{F_y} = (80 \sin 40)j + (120 \sin 70)j + (150 \sin 35)j = 283.8j$

$F = (F_x)i + (F_y)j \rightarrow F = -12.5i + 283.8j$

$\vec{F} = (F_x)\hat{i} + (F_z)\hat{k} \qquad \vec{F} = (10\cos 33.69)i + (10\sin 33.69)k$

$$\vec{M} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 20 & 0 \\ 10\cos 33.69 & 0 & 10\cos 33.69 \end{vmatrix} =$$

2) روش دوم.

$C'B = r_B - r_{C'} = (0-12)i + (20-20)j + (8-0)k$

$C'B = -12i + 8k \rightarrow |C'B| = \sqrt{(-12)^2 + (8)^2} = \sqrt{208}$

لاندا

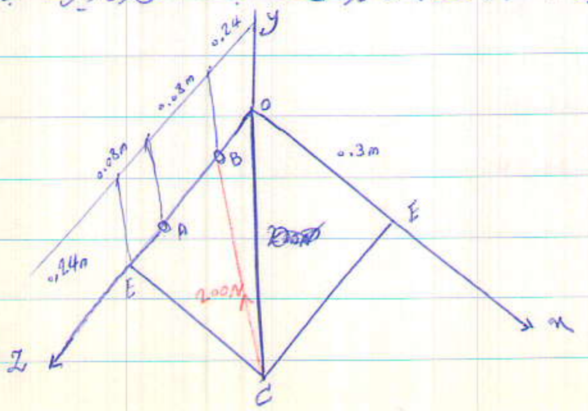
$\lambda_{C'B} = \frac{C'B}{|C'B|} = \frac{-12i + 8k}{\sqrt{208}}$

$\lambda_{C'B} = \frac{-12}{\sqrt{208}} i + \frac{8}{\sqrt{208}} k$

مقدار بردار طول یا اندازه

$\vec{F} = \lambda_{C'B} \times \underbrace{|\vec{F}|}_{10} = \left(\frac{-12}{\sqrt{208}} i + \frac{8}{208}\right) \times 10 \qquad F = -\frac{120}{\sqrt{208}}\hat{i} + \frac{80}{\sqrt{208}}\hat{k}$

مثال ۳: یک صفحه مستطیلی با 2 بست $A$ و $B$ و سیم $CO$ نگه داشته شده است کشش در نقطه $CO = 200N$. گشتاور نیرویی که سیم به نقطه $C$ وارد می‌کند نسبت به موارد زیر محاسبه کنید.




الف. حول نقطه $A$.

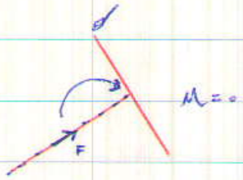
ب. حول نقطه $O$.

ج. حول محور $OC$.

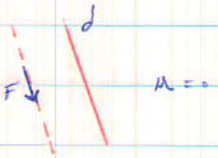
د. حول محور $OE$.

## 5-1. گشتاور حول محور

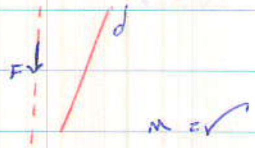
۱) خط حامل نیرو محور را قطع کند.




۲) خط حامل نیرو موازی محور باشد.



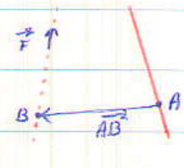

۳) خط حامل نیرو نه با محور موازی باشد و نه متقاطع باشد.




مراحل مسئله:

۱) یک نقطه دلخواه روی محور در نظر می‌گیریم و یک نقطه دیگر روی خط حامل نیرو انتخاب می‌کنیم.

۲) گشتاور نیروی F را نسبت به نقطه‌ای که روی محور انتخاب کرده‌ایم محاسبه می‌کنیم.




$\vec{M} : \vec{AB} \times \vec{F}$

گشتاور حول یک محور خروجی‌اش یک عدد است.

۳) اگر تصویر مولفه M را روی محور حساب کنیم، جواب مسئله می‌رسیم.

- برای به دست آوردن تصویر بردار یکه (λ) خط d را پیدا کرده و آن را در M ضرب داخلی می‌کنیم بعد تصویر به دست می‌آید.

* پایان فصل ۵ *

Date: / / Subject:

$= 200\,\hat{i} + 2900\,\hat{j} + 1200\,\hat{k}$

بردار گشتاور

$\vec{M_o} = 200\,i + 2900\,j + 1200\,k \rightarrow |\vec{M_o}| = \sqrt{(200)^2 + (1900)^2 + (1200)^2}$

الف) $\vec{M_o} = \vec{OA} \times \vec{F} = 200\,i + 2900\,j + 1200\,k$

نسبت به محور x

$|M_x| =$ بردار یکه محور x • بردار گشتاور

$= (1\,\hat{i}) \cdot (200\,i + 2900\,j + 1200\,k) = 200$

$1 \times 200 = 200$

چون j و k ندارند فقط i×i ضرب می‌شود

ب) $|M_{xy}| =$ بردار یکه نیم‌ساز xy • بردار گشتاور

$\vec{r} = i + j \rightarrow |\vec{r}| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$$\lambda_{xy} = \frac{i + j}{\sqrt{2}} = \frac{1i}{\sqrt{2}} + \frac{1j}{\sqrt{2}} \rightarrow \lambda_{xy} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,i + \frac{1}{\sqrt{2}}\,j$$

$$|M_{xy}| = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\,\underline{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\,\underline{j}\right) \cdot \left(200\,i + 2900\,\hat{j} + 1200\,\underset{\times}{\hat{k}}\right) =$$

$$\left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \times 200\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \times 2900\right)\right] = \frac{200}{\sqrt{2}} + \frac{2900}{\sqrt{2}} = \frac{3100}{\sqrt{2}}$$

* چون k نداریم ضرب نمی‌شود

Date: / / Subject:

الف) $\vec{M_O} = ?$ $\vec{M_O} = \vec{OA} \times \vec{P}$ $O\left|\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\right.$ $A\left|\begin{matrix} 0 \\ 5.6 \\ 0 \end{matrix}\right.$ $C\left|\begin{matrix} 2.4 \\ 0 \\ 4.2 \end{matrix}\right.$

$OA = r_A - r_O = (5.6 - 0)\hat{j}$ $\vec{OA} = 5.6 j$

بردار نیرو $P = |P| \cdot \lambda_{\vec{CA}}$ $\lambda_{CA} = \frac{\vec{CA}}{|CA|}$

چون نیرو به سمت A آن رفته.

$C_A = r_A - r_C = (0 - 2.4)i + (5.6 - 0)j\ (0 - 4.2)k \rightarrow$

$CA = \cancel{CA} = 2.4 i + 5.6 j - 4.2 k$

اندازه بردار $|\vec{CA}| = \sqrt{\underbrace{(-2.4)^2}_{5.76} + \underbrace{(5.6)^2}_{31.38} + \underbrace{(-4.2)^2}_{17.64}} = \sqrt{54.76} = 7.4$

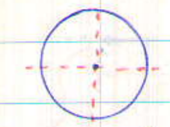
$\lambda_{CA} = \frac{CA}{|\vec{CA}|} = \frac{-2.4i + 5.8j - \cancel{3}.2k}{7.4} = \frac{-2.4}{7.4}\hat{i} + \frac{5.6}{7.4}\hat{j} - \frac{4.2}{7.4}\hat{k}$

$= 0.32\hat{i} + 0.75\hat{j} - 0.56\hat{k}$

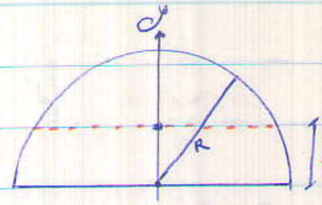
$\vec{P} = 444 \times [-0.32i + 0.75j - 0.56k] = -142.8i + 333j - 248.6k$

$\vec{M_O} = \vec{OA} \times \vec{P} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 5.6 & 0 \\ -142.8 & 333 & -248.6 \end{vmatrix} = [(5.6 \times (-248.6))i] - [5.6 \times (-142.8)k] = -639.52$

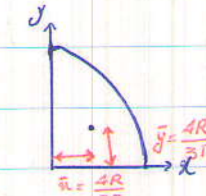
ب) $\vec{MD} = \vec{DA} \times \vec{P}$ $\vec{M_B} = \vec{BC} \times \vec{D}$



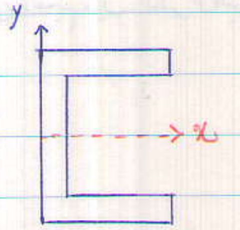
$A = \pi R^2$



$A = \frac{\pi R^2}{2}$ $\quad \bar{y} = \frac{4R}{3\pi}$

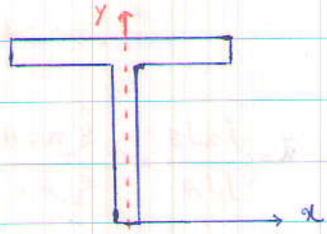


$\bar{y} = \frac{4R}{3\pi}$, $\bar{x} = \frac{4R}{3\pi}$ $\quad A = \frac{\pi R^2}{4}$



شکل نسبت به محور x ها متقارن است.

$\bar{x} = \checkmark \quad \bar{y} = 0$



شکل نسبت به محور y متقارن است.

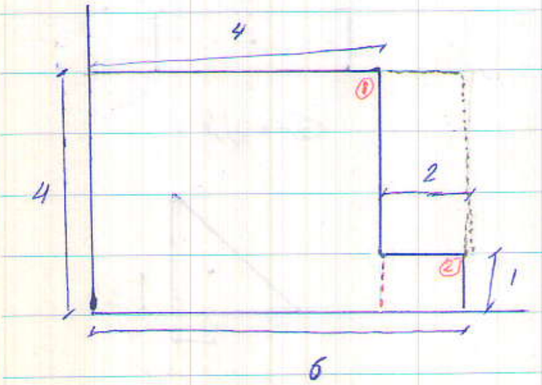
$\bar{y} = \checkmark \quad \bar{x} = 0$

$(\bar{y}\ ,\ \bar{x})$

$\bar{y}$: فاصله مرکز سطح هر شکل تا محور x.

$\bar{x}$: فاصله مرکز سطح هر شکل تا محور y.

مثال: مرکز سطح شکل های زیر را محاسبه کنید.



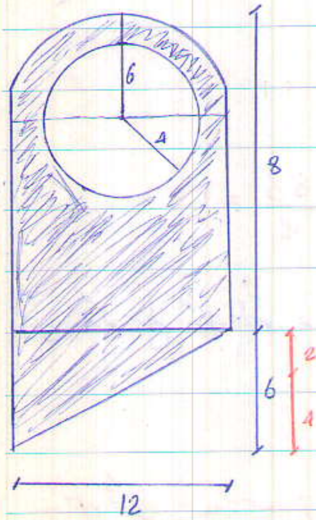
Date: / /

Subject:

$A_{\text{نیم دایره}} = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{\pi \times (5)^2}{2} = \frac{3.14 \times 2.5}{2} = 39.25$

| شکل | $A_i$ | $\bar{y}_i$ | $\bar{y}_i A_i$ |
|---|---|---|---|
| مستطیل توپر | 45 | 4.5 | 202.5 |
| نیم دایره توپر | 39.25 | 11.12 | 436.46 |
| مثلث توخالی (چون توخالی (منفی)) | −4.5 | 3 | −13.5 |
| $\Sigma$ | 79.25 | — | 625.46 |

$\bar{y} = \frac{625.46}{75.85} = 7.84$




| شکل | $A_i$ | $\bar{x}_i$ | $\bar{x}_i A_i$ | $\bar{y}_i$ | $\bar{y}_i A_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| مستطیل توپر | 96 | 6 | 576 | 10 | 960 |
| نیم دایره توپر | 56.2 | 6 | 337.2 | 16.55 | 930.11 |
| مثلث توپر | 36 | 4 | 144 | 4 | 144 |
| دایره توخالی | −50.24 | 6 | −301.44 | 14 | −703.36 |
| $\Sigma$ | 137.96 | — | 755.76 | — | 892.34 |

$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i A}{\Sigma A_i} = \frac{755.76}{137.96} = 5.47$

$\bar{y} = \frac{\Sigma y_i A}{\Sigma A_i} = \frac{892.34}{137.96} = 6.46$

Date: / /　　　　Subject:

## محاسبه‌ی عکس العمل‌های تکیه‌گاهی :

- مراحل حل مسئله :

۱) گام اول ابتدا عکس العمل‌های تکیه‌گاهی را حذف کرده و بجای آن نیروهای مجهول را می‌گذاریم.

۲) چنانچه در سازه بار گسترده، مثلثی، ذوزنقه‌ای داشتیم باید آنها را به بار متمرکز تبدیل کنیم و بار متمرکز شده آنها را در مرکز سطح شکل بارگذاری شده قرار دهیم.

۳) سپس با نوشتن معادلات تعادل در صفحه ($\sum M = 0$ . $\sum F_y = 0$ . $\sum F_x = 0$) مجهولات را محاسبه می‌کنیم.

- نکته مهم :

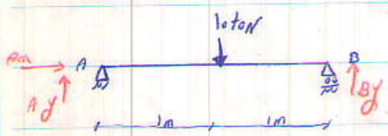
ما فقط برای محاسبه عکس العمل‌های تکیه‌گاهی اجازه داریم بار گسترده را به بار متمرکز تبدیل کنیم، در غیر این صورت اجازه چنین کاری را نداریم.

بارها

۱) متمرکز

۲) گسترده

مثال : عکس العمل‌های تکیه‌گاهی سازه‌ی زیر را محاسبه نمایید.




$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x = 0$

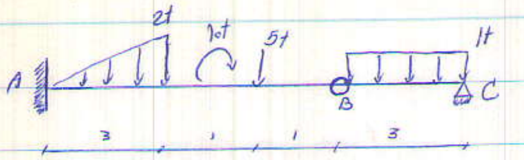
$\sum M_A = 0 \qquad (10 \times 1) = B_y \times 2$

$10 = 2B_y = \boxed{5\,ton}$

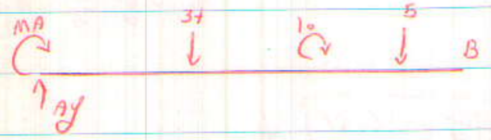
$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y - 10 + 5 = 0 \rightarrow \boxed{A_y = 5\,ton}$

Date: / /

Subject:



$\Sigma F_x = 0 \rightarrow A_x = 0$



$\Sigma F_y = 0 \rightarrow A_y - 3 - 5 - 1.5 = 0$

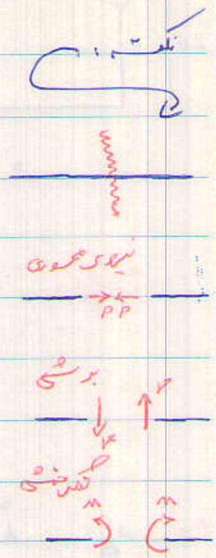
$A_y = 3 + 5 + 1.5 \rightarrow A_y = 9.5t$

$\Sigma M_A = 0 \rightarrow M_A + (3 \times 2) + 10 + (5 \times 4) + (1.5 \times 5) = 0$

$M_A + 6 + 10 + 20 + 7.5 = 0$

$M_A = -6 - 10 - 20 - 7.5 \rightarrow M_A = 43.5$

نکته:



نیروی محوری

برشی

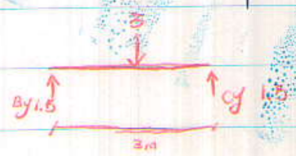
خمشی

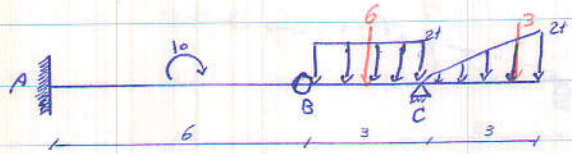
اتصال مفصلی داخلی

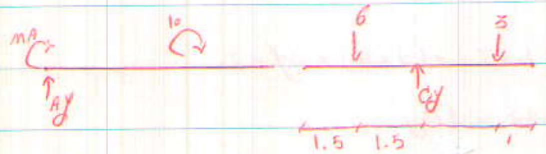
$\boxed{M_A = 0}$

$\Sigma F_x = 0 \rightarrow -B_x = 0 \rightarrow B_x = 0$

$B_y = 1.5t = C_y = 1.5$







$\Sigma F_x = 0 \rightarrow A_x = 0$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow A_y - 5 - 1 = 0 \qquad A_y = 6t \quad -A_y = 6t$

Date: / /                                        Subject:

2. تغییرات نیروی برشی در طول تیر برابر است با مساحت بار گسترده وارد بر تیر.

3. مشتق یا شیب نمودار لنگر خمشی در طول تیر برابر است با نیروی برشی.

4. تغییرات لنگر خمشی در طول تیر برابر است با مساحت زیر نمودار نیروی برشی.

نکات قابل توجه در ترسیم دیاگرام های نیروی برشی و لنگر خمشی :

1. ابتدا عکس العمل های تکیه گاهی را حساب کرده.

2. در محل بارهای متمرکز پرش یا جامپ وجود دارد.

3. مفصل داخلی در ترسیم دیاگرام نیروی برشی تاثیری ندارد و در ترسیم دیاگرام لنگر خمشی به عنوان یک نقطه کنترلی عمل می کند.

4. دیاگرام نیروی برشی حتماً باید بسته شود (به صفر برسد).

5. در ترسیم دیاگرام لنگر خمشی بایستی به نوع تکیه گاه توجه شود، چنانچه تکیه گاه مفصلی یا غلطکی یا آزاد باشد این مقدار از صفر شروع و به صفر ختم می شود.

* اگر تکیه گاه گیردار باشد برای رسم دیاگرام لنگر خمشی از لنگر گیرداری تکیه گاه نمودار را رسم می کنیم.

6. با توجه به اینکه برشی انتگرال بار و خمشی هم انتگرال برشی است در صورتی که تابع بار بصورت یک چند جمله ای از درجه n باشد در هر مرحله یک درجه به آن اضافه می شود.

* نکته : درجه 2 منحنی می شود.

درجه یک 1 می شود یک خط است.

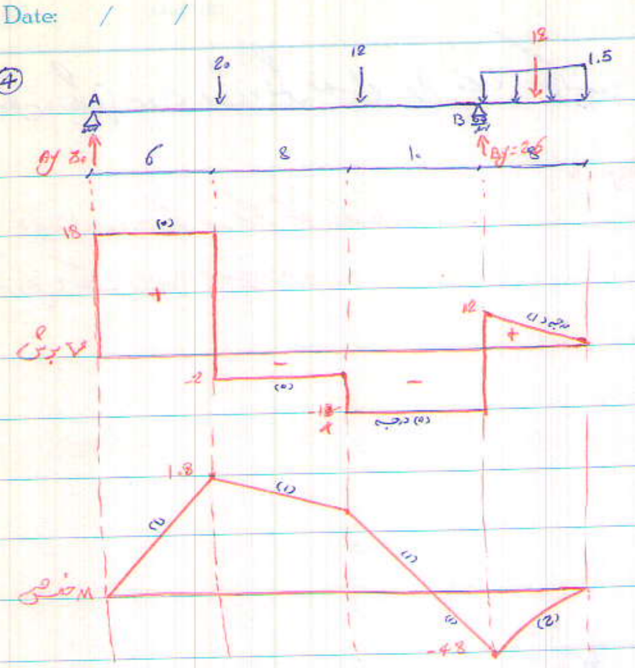
بار گسترده خط افقی درجه یک 1 است.

درجه 3 منحنی

Date: / /

Subject:

④



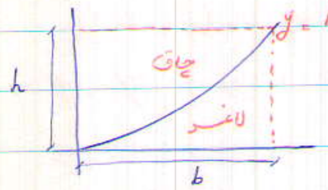

$\Sigma M_A = 0 \rightarrow$

$(20 \times 6) + (12 \times 14) + (12 \times 28) = By \times 24 \rightarrow By = 26$

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow Ay - 20 - 12 + 26 - 12 = 0$

$Ay = 18$

نکته:




$y = kx^n \quad (n \geq 1)$ ← اسپندرل

مساحت $\begin{cases} \text{چاق} = \dfrac{nbh}{n+1} \\ \text{لاغر} = \dfrac{bh}{n+1} \end{cases}$

درجه 2 $\begin{cases} \text{چاق}\ A = \dfrac{2}{3} \\ \text{لاغر}\ A = \dfrac{1}{3} bh \end{cases}$

مثال:

Date: / /　　　　　　　　　　　　　　Subject:

- خرپا

تعریف: از اتصال چند عضو 2 سر مفصل یا لینک خرپا به وجود می آید. ساده ترین نوع خرپا، خرپا مثلثی است که با گسترش این الگو مثلثی می توان خرپا را گسترش داد و از اتصال چند خرپا ساده، خرپا مرکب ایجاد می شود.

- نکته: در خرپاها بارها بصورت متمرکز و اتفاقاً در محل گره ها وارد می آید. گره محل تلاقی اعضا است. فرم های چهار ضلعی که توسط اتصالات مفصلی با پین ولولا به هم وصل شده اند کاملاً ناپایدار بوده و با اعمال کوچک ترین نیرو در هم می ریزد، فرم های مثلثی فرم های پایداری هستند که در اثر اعمال نیرو پایداری خود را حفظ می کند و شکل آنها بهم نمی ریزد مگر آنکه اعضا در اثر نیرو بریده شود.

انواع روش برای تحلیل خرپا:

اعضای خرپا صرفاً تحت نیروی کششی (T) یا فشاری (C) واقع می شود برای حل خرپا می بایست مقادیر این نیروها را بدست آوریم. 2 روش برای حل خرپا مقدور است:

1 روش گره به گره:

این روش هنگامی مورد استفاده قرار می گیرد که نیرو در کلیه ی اعضا خرپا مد نظر باشد.

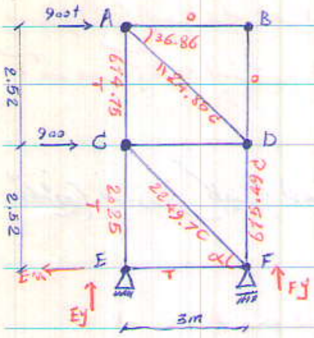
مراحل حل:

عبارت است از ابتدا واکنش های تکیه گاهی خرپا را تعیین می کنیم سپس از گره ای که حداکثر 2 عضو به آن متصل است حل خرپا را شروع می کنیم بدین ترتیب که ابتدا جهت نیرو را در اعضا بصورت کششی فرض می کنیم چنانچه این مقدار بدست آمده برای عضو مثبت بود

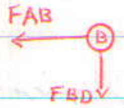
Date: / /

Subject:

شکل دوم 2.




گره B صفرنیروی ها.




$\sum F_x = 0 \rightarrow -F_{AB} = 0 \rightarrow F_{AB} = 0$

$\sum F_y = 0 \rightarrow -F_{BD} = 0 \rightarrow F_{BD} = 0$

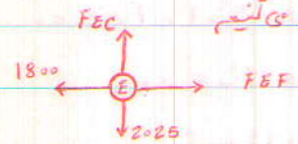
$tg\,\alpha = \frac{2.52}{3}$ , $\alpha = tg^{-1}\left(\frac{2.52}{3}\right) = 36.86$

$\sum F_x = 0 \rightarrow 900 - 900 - E_x = 0 \qquad 1800 = E_x$

$\sum M_E = 0 \rightarrow (900 \times 2.25) + (900 \times 4.5) = 3F_y \qquad F_y = 2.25$

$\sum E_y + 2025 = 0 \qquad \sum F_y \rightarrow E_y\ 2.25$

گره E را باز می کنیم



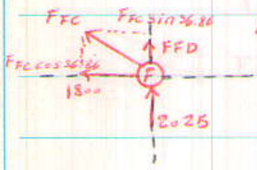

$\sum F_x = 0 \rightarrow -1800 + F_{EF} = 0$

$F_{EF} = 1800\ T$

$\sum F_y = 0 \rightarrow -2025 + F_{EC} = 0$

$F_{EC} = 2025\ T$

گره F را باز می کنیم




$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0 \rightarrow -1800 - F_{FC}\ 36.86^\circ = 0$

$-1800 = F_{FC} \cos 36.86 \rightarrow F_{FC} = \frac{-1800}{\cos 36.86} = -2249.7\ C$

$\sum F_y = 0 \rightarrow 2025 + F_{FC} \sin 36.86 + F_{FD} = 0$

$F_{FD} = (2249.7 \times \sin 36.86) - 2025 = -675.4\ C$

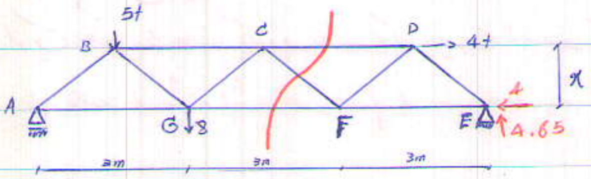
Date: / /　　　　　　　　　Subject:

1. محاسبه‌ی نیروهای تکیه‌گاهی (در صورت نیاز)
2. اعمال مقطع یا مقطع‌های مناسب
3. فرض اولیه‌ی دلخواه کششی یا فشاری بودن اعضای قطع شده
4. نوشتن معادلات تعادل برای یک سمت خرپا.

در انتخاب مقطع مناسب باید به نکات زیر توجه کنیم.

1. انتخاب مقطع باید طوری باشد عضوی را که می‌خواهیم نیروی آنها حساب می‌کنیم را حتما قطع کند.
2. اعضای کمتری را قطع کند.
3. خرپا باید به 2 ناحیه تبدیل شود.
4. مقطعی که حداکثر 3 عضو را قطع کند و آن 3 عضو از یک گره رد نشده باشد جواب می‌دهد.

مثال: نیروی عضو CF و CD را بدست آورید.
(طول هر عضو 3 متر - زاویه‌ها 60° می‌باشد)




$\Sigma F_x = 0 \rightarrow 4 + E_x = 0$

$E_x = -4 \quad \overset{+}{\leftarrow}$

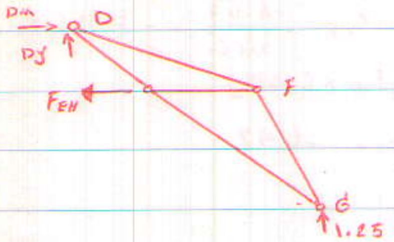
$\Sigma F_y = 0 \rightarrow (5\times1.5)+(8\times3)+(4\times2.55) = E_y\times9 \rightarrow E_y = 4.65$

$\star \sin(60) = \frac{h}{3} \rightarrow h = 3\times\sin(60) = 3\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 1.5\sqrt{3} = 2.55$

Date: / / Subject:

$\sum M_A = 0 \rightarrow (10 \times 1) = G_y \times 8$

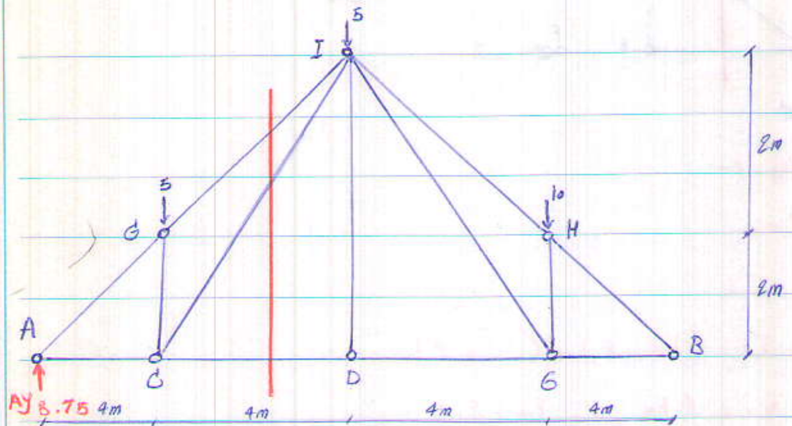
$10 = 8 G_y \rightarrow G_y = \frac{10}{8} = 1.25\ t$




$\sum M_D = 0$

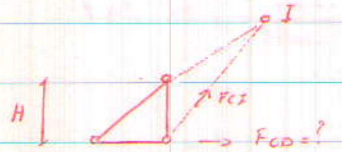
$(F_{EH} \times 1) = 1.25 \times 4$

$F_{EH} = 5$




$\sum M_B = 0 \rightarrow (A_y \times 16) = (5 \times 12) + (5 \times 8) + (10 \times 4) \quad 16 A_y =$

$60 + 40 + 40 \rightarrow A_y = 8.75$



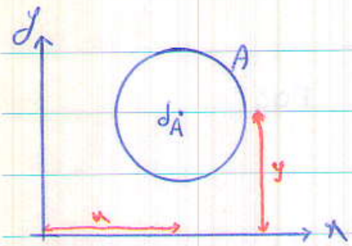

$\sum M_I = 0$

$(8.75) \times (5 \times 4) + (F_{CD} \times 4)$

$70 = 20 + 4 F_{CD}$

$50 = 4 F_{CD} \qquad F_{CD} = 12.2\ t$

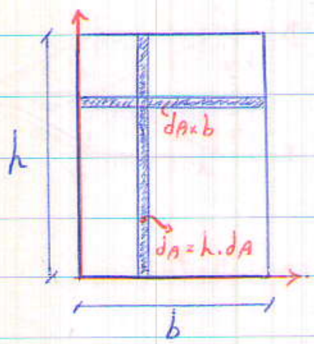
3/ ممان اینرسی یا گشتاور دوم سطح.




$$I_x = \int y^2 \cdot dA$$

$$I_y = \int x^2 \cdot dA$$

اثبات : ممان اینرسی مستطیل:




الف) $I_x = ?$

ب) $I_y = ?$

الف) $I_x = \int y^2 \cdot dA$

$$= \int_0^h y^2 \cdot b\,dy$$

$$b\int_0^h \underbrace{y^2 \cdot dy}_{\frac{y^{2+1}}{2+1}} = \frac{b \cdot y^3}{3}\Big|_0^h = \frac{b h^3}{3}$$

* آن طولی که عمود بر محور مورد نظر عمود می‌شود توانش 3 است.

ب) $I_y = \int x^2 \cdot dx = \int x^2 \cdot h \cdot dx$

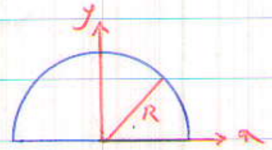
$$h\int_0^b x^2 dx = \frac{h \cdot x^3}{3}\Big|_0^b \qquad I_y = \frac{h b^3}{3}$$

Date: / /　　　　Subject:

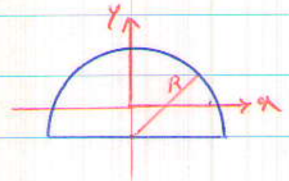
توضیح : (محورهای موازی).

این قضیه بیان می‌کند که ممان اینرسی هر شکل را نسبت به هر محور دلخواه خواستیم محاسبه کنیم باید ممان اینرسی شکل را نسبت به محوری که از مرکز سطح عبور می‌کند و موازی با خودش است را بدست می‌آوریم و سپس به مقدار بدست آمده جمله $Ad^2$ را اضافه می‌کنیم.

4 نیم دایره

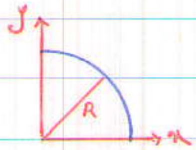


$$I_y = I_x = \frac{\pi R^4}{8}$$

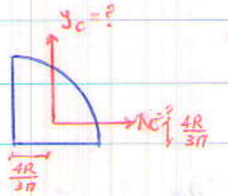


$$I_{x_c} = \frac{\pi R^4}{8} - \frac{8R^4}{9\pi}$$

5 ربع دایره

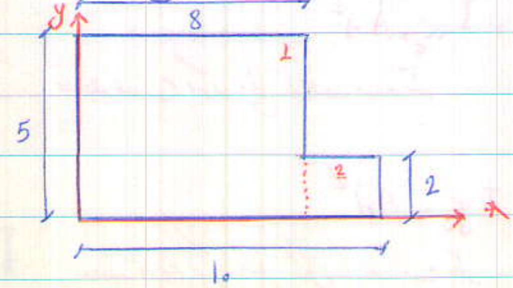


$$I_x = I_y = \frac{\pi R^4}{16}$$



$$I_{x_c} = I_{y_c} = \frac{\pi R^4}{16} - \frac{4R^4}{9\pi}$$

تمرین : ممان اینرسی شکل زیر را نسبت به محورهای گذرنده از مرکز سطح محاسبه کنید.



Date: / / Subject: