حل تمرینات کتاب مدار منطقی

گردآورنده:

www.fanavari-it.ir

فصل اوّل

۱–عدد $(0.2498)_{10}$ را به دودویی تبدیل کنید .

جواب : طبق جدول زیر با دقت ۵ رقم اعشار ، عدد $(0/00111)_2$ معادل $(0.2498)_{10}$ است البته می توان محاسبات را به همین ترتیب ادامه داد و دقت تبدیل را بیشتر کرد .

	حاصلضرب	قسمت صحیح حاصلضرب
0/2498×2	0/4996	0
0/4996×2	0/9992	0
0/9992× 2	1/9984	1
0/9984× 2	1/9968	1
0/9968× 2	1/9936	1

۲– عدد 2406 را به مبنای 8 ببرید .

جواب : طبق جدول روبرو عدد $(2406)_{10}$ معادل $(4546)_8$ می باشد .

تقسیم	خارج قسمت	باقیمانده
2406 ÷ 8	300	6
300 ÷ 8	37	4
37÷ 8	4	5
4 ÷ 8	0	4

۳–عدد 673.124 درمبنای 8 معادل چه اعدادی در مبناهای دودویی و دهدهی است .

جواب : برای پیدا کردن معادل دودویی عدد فوق معادل سه بیتی هر رقم را به جای آن می نویسیم :

www.tarnavari-ir

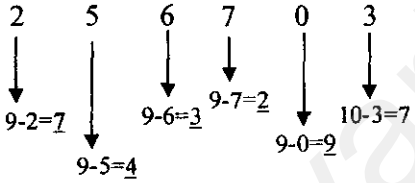
$(6\ 7\ 3/1\ 2\ 4)_8=(110\ \ 111\ \ 011/001\ \ 010\ \ 100)_2$

برای بدست آوردن معادل دهدهی عدد $(673/124)_8$ داریم :

$$(673\ /\ 124\ )_8 = (6\times 8^{2}) + (7\times 8^{1}) + (3\times 8^{0}) + (1\times 8^{-1}) +$$
$$(2\times 8^{-2}) + (4\times 8^{-3}) = 384 + 56 + 3 + 0/125 + 0/03125 +$$
$$0/0078125 = (443\ /\ 1640625\ )_{10}$$

٤- متمم 10 عدد 256703 چه عددی خواهد بود .

جواب : برای محاسبه متمم 10 رقم سمت راست را از 10 و بقیه ارقام را از 9 کم می کنیم لذا داریم :



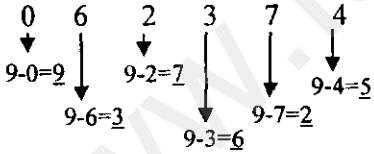
بنابراین متمم 10 عدد 256703 برابر 743297 می باشد.

۵- متمم 2 عدد 0100101 چه عددی خواهد بود .

جواب : برای محاسبه متمم2،همه 0های سمت راست و اولین 1 سمت راست را بدون تغییر نگه می داریم، بقیه 0ها را به 1وبقیه 1ها را به 0 تبدیل می کنیم لذا متمم2 عدد0100101برابر1011011می باشد.

٦-متمم 9عدد 062374چه عددی خواهد بود؟

جواب: برای محاسبه متمم 9 همه ارقام را از 9 کم می کنیم لذا داریم :



متمم 9 عدد 062374 برابر 937625 می باشد ⇒

۷- با استفاده از متمم 10 تفریق 3248-46532 را بدست آورید .

جواب : ابتدا یک ۰ به سمت چپ عدد 3248 اضافه می کنیم تا هر دو عدد ۵ رقمی شوند سپس به سمت چپ هر دو عدد یک ۰ دیگر اضافه می کنیم که این ۰ نشانه مثبت بودن این دو عدد است آنگاه داریم :

(متمم10 عدد 046532)+ (003248) = (003248) -(046532)

$$= (003248) + (953468) = (956716)$$

در عدد بدست آمده (956716) رقم 9 نشان دهنده منفی بودن عدد است لذا برای مشاهده فرم متعارف پاسخ باید از این عدد متمم10 گرفته و یک علامت منفی کنار آن بگذاریم که حاصل برابر 043284- خواهد بود .

www.fanavari-it.ir

فصل دوّم

۱- بااستفاده از جدول درستی نشان دهید که گیتهای NOR,NAND (هر یک با سه ورودی) متمم یکدیگر هستند یا خیر؟

جواب : با توجه به ردیف اول و ردیف آخر می بینیم که F_2, F_1 (NOR, NAND) در این دوردیف مقدار مساوی دارند و لذا متمم یکدیگر نیستند . دقت کنید که خروجی گیتNAND هنگامی برابر 0 است که همه ورودی های آن 1 باشند خروجی گیت NOR هنگامی برابر 1 است که همه ورودی های آن 0 باشند .

A	B	C	NAND سه ورودی $(F_1 = \overline{ABC})$	NORسه ورودی $(F_2 = \overline{A+B+C})$
0	0	0	1	1
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	1	0
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0

www.tanavari-it.ir

۲- جداول درستی توابع زیر را تهیه کنید .

$F_1 = (X+Y).(X'+Z).(X+Y'+Z')$, $F_2 = X'+YZ'$

جواب :

X	Y	Z	X'	Y'	Z'	X+Y	$X'+Z$	$X+Y'+Z'$	F_1	YZ'	F_2
0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0

۳- متمم توابع زیر را بدست آورید .

جواب :

$$F_1 = X'YZ' + X'Y' \rightarrow F_1' = (X + Y' + Z).(X + Y)$$
$$F_2 = X(Y'Z' + YZ) \rightarrow F_2' = X' + \big((Y + Z).(Y' + Z')\big)$$
$$F_3 = (XY' + Z)X'Z' \rightarrow F_3' = \big((X' + Y).Z\big) + X + Z$$

دقت کنید که برای بدست آوردن متمم هر تابع ابتدا همه AND ها به OR و همه OR ها به AND تبدیل می شود سپس به جای هر متغیر ، متمم آن را می نویسیم .

٤- با استفاده از جدول درستی نشان دهید که گیت های X-NOR, XOR (هر یک با دو ورودی X,Y) متمم یکدیگرند .

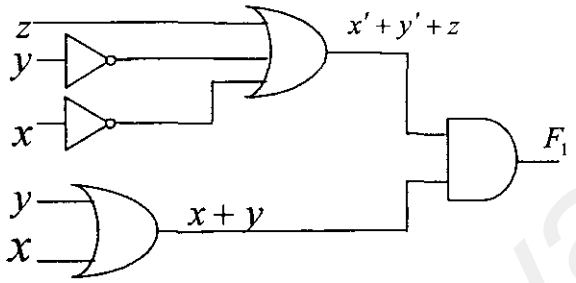
جواب: همانطور که در جدول مشاهده می کنید در همه ردیف ها مقادیر F_1, F_2 معکوس یکدیگرند لذا $(X-OR)F_1, (X-NOR)F_2$ متمم یکدیگرند .

X	Y	$F_1 = X \oplus Y$ $(X-OR)$	$F_2 = \overline{X \oplus Y}$ $(X-NOR)$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

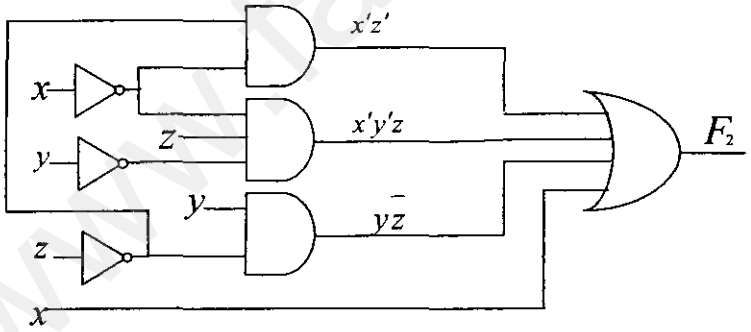
www.farvardin.ir

۵- نمودار منطقی عبارات زیر را رسم نمایید .

$F_1 = (X + Y).(X' + Y' + Z)$



$F_2 = X + (YZ') + (X'Y'Z) + X'Z'$



www.sanavari-it.ir

فصل سوّم

۱- تابع بولی زیر را به صورت جملات جمع ماکسترم نشان دهید :

$$F = xy + x'z + y'z'$$

جواب : برای اینکه جملات تابع F را به صورت جملات ماکسترم در بیاوریم چند بار از قانون توزیع پذیری(A+BC= (A+B)(A+C)) استفاده می کنیم :

$$F = \underbrace{XY}_{A} + \underbrace{X'Z}_{B\ C} + Y'Z' = (\underbrace{XY}_{A} + \underbrace{X'}_{B}).(\underbrace{XY}_{A} + \underbrace{Z}_{C}) + Y'Z' =$$

$$[\underbrace{(X' + X)}_{1}.(X' + Y)].[(Z + X).(Z + Y)] + Y'Z' =$$

$$\underbrace{(X' + Y).(Z + X).(Z + Y)}_{A} + \underbrace{Y'Z'}_{B\ C}$$

$$= [Y' + (X' + Y).(Z + X).(Z + Y)].[Z' + (X' + Y).(Z + X).(Z + Y)]$$

با استفاده از تعمیم توزیع پذیری یعنی رابطه $A + BCD = (A + B).(A + C).(A + D)$ داریم:

$$=[(\underbrace{Y' + Y + X'}_{1}).(Y' + Z + X).(\underbrace{Y' + Y + Z}_{1})][(Z' + X' + Y).(\underbrace{Z' + Z + X}_{1}).(\underbrace{Z' + Z + Y}_{1})]$$

با استفاده از روابط $A + \bar{A} = 1$, $B + 1 = 1$, $C.1 = C$ خواهیم داشت:

$$= (1).(X + Y' + Z).(1).(X' + Y + Z').(1).(1) = \underbrace{(X + Y' + Z)}_{1\ 0\ 1}.\underbrace{(X' + Y + Z')}_{0\ 1\ 0}$$

$$= M_2.M_5 = \pi(2,5) \qquad M_2 \qquad M_5$$

۲- متمم توابع زیر را به صورت جمع مینترم ها بنویسید .

الف) $F(z, y, z) = \pi(0,1,5,7)$

جواب : تابع F به صورت ضرب ماکسترم های M_7, M_5, M_1, M_0 بیان شده است دقت کنید که تابع F به ازای این ماکسترم ها مقدار 0 داشته و لذا F' به ازای M_7, M_5, M_1, M_0 مقدار 1 دارد و بنابراین F' به صورت جمع مینترم های M_7, M_5, M_1, M_0 می باشد :

$$F' = m_0 + m_1 + m_5 + m_7 = \underbrace{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}_{0\ 0\ 0} + \underbrace{\bar{x}\bar{y}z}_{0\ 0\ 1} + \underbrace{\bar{x}y\bar{z}}_{1\ 0\ 1} + \underbrace{xyz}_{1\ 1\ 1} = \Sigma(0,1,5,7)$$

$M_0 \quad M_1 \quad M_5 \quad M_7$

www.farnavari-it.ir

ب) $f(x,y,z,w)=\pi(0,2,4,11,14)$

با توجه به توضیحات قبل f' برابر است با :

$$f'=\Sigma(0,2,4,11,14)=m_0+m_2+m_4+m_{11}+m_{14}=\bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{w}+\bar{x}\bar{y}z\bar{w}+\bar{x}y\bar{z}\bar{w}+x\bar{y}z\bar{w}+xy\bar{z}\bar{w}$$

ج) $F(x,y,z)=\Sigma(1,4,5,6,7)$

تابعF به صورت جمع مینترم های m_7,m_6,m_5,m_4,m_1 بیان شده است بنابراین تابع F بـه ازای ایـن مینترم ها مقدار 1 داشته و لذا F' به ازای آنها مقـدار 0 دارد در نتیجـه F' بـه ازای بقیـه مینتـرم ها(m_0,m_2,m_3)مقدار ۱داردبنابراین $F'=m_0+m_2+m_3=\Sigma(0,2,3)$ می باشد

د) $f(x,y,z,w)=\Sigma(0,3,5,9,12,13)$

با توجه به توضیحات قسمت قبل داریم:

$$f'=\Sigma(1,2,4,6,7,8,10,11,14,15)$$

۳-اگر تابع$f_1(x,y,z)$ به صورت زیر باشد متمم تابع f_1 را بدست آورید :

$$f_1(x,y,z)=M_0.M_2.M_5$$

جواب : با توجه به توضیحات سوال قبل داریم :

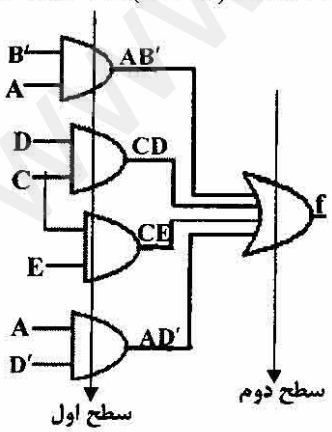
$$f_1=M_0,M_2.M_5=\pi(0,2,5)\rightarrow f_1'=\Sigma(0,2,5)=m_0+m_2+m_5=\bar{x}\bar{y}\bar{z}+\bar{x}y\bar{z}+x\bar{y}z$$

٤-تابع ذیل را باحداقل تعداد سطح پیاده سازی ونمودار منطقی آن رارسم نمایید.

$$f1=AB'+C(D+E)+AD'$$

جواب : برای اینکه یک تابع با حداقل تعداد سطح پیاده سازی شود باید آنرا از فـرم غیـر اسـتاندارد خارج کرد و آنرا به یکی از دو فرم استاندارد sop (جمع حاصلضربها)یا pos (ضرب حاصـلجمع هـا) نوشت که ما آنرا به فرم sop می نویسیم :

$$f1=AB'+C(D+E)+AD'=AB'+CD+CE+AD'$$



با فرض اینکه متمم ورودی هـا بـه طـور مـستقیم وجود دارند مدار روبرو نمودار منطقـی $f1$ را نـشان می دهد دقت کنید که این نمـودار یـک نمـودار دو سطحی است .

www.iranvarit.ir

فصل چهارم

۱ـ عبارت بولی زیر را ساده کرده و نمودار آنرا رسم نمایید :

$$F_1 = X'YZ + X'YZ' + XY'$$

جواب:

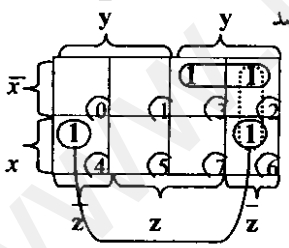
$$F_1 = X'Y\underbrace{(Z + Z')}_{1} + XY' = X'.Y.1 + X.Y' = X'Y + XY' = X \oplus Y$$

لذا نمودار تابع f_1 به صورت می باشد .

۲ـ جدول کارنو تابع زیر را رسم کرده و سپس تابع را ساده نمایید .

$$F(X,Y,Z) = \Sigma(2,3,4,6)$$

جواب : چون تابع F از مینترم های m_2 , m_3 , m_4 , m_6 تشکیل شده ، در مربع های 6,4,3,2 از نقشه کارنو مقدار 1 قرار می دهیم . (مقدار بقیه مربع ها برابر 0 است که برای راحتی آنها را نمایش نمی دهیم) . دقت کنید دسته ای که از مربع های 6,2 تشکیل شده ، یک دسته اضافی است زیرا هر دو 1 واقع در این دسته قبلاً دسته بندی شده اند . بنابراین از این دسته صرف نظر می کنیم . دسته ای که از مربع ها ی 3,2 تشکیل شده جمله $\overline{X}Y$ را تولید می کند زیرا این دسته به طور کامل در ردیف $\overline{x}$ و در ستونهای Y قرار دارد ، اما به طورکامل در ستون های Z و همچنین ستون های $\overline{Z}$ واقع نشده است (در واقع قسمتی از دسته در Z و قسمت دیگر در $\overline{Z}$ است) و دسته ای که از مربع های6,4 تشکیل شده (دقت کنید که ستون اول و آخر مجاورند) جمله $X\overline{Z}$ را تولید می کند بنابراین فرم ساده شده تابع F به صورت $F = \overline{X}Y + X\overline{Z}$ می باشد

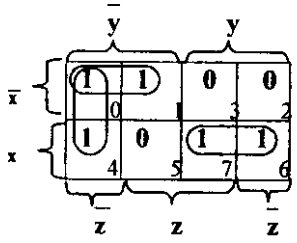


۳ـ تابع بولی زیر را با استفاده از جدول کارنو ساده نمایید و متمم آنرا بدست آورید .

$$F(x,y,z) = \sum(0,1,4,6,7)$$

جواب : روش اول: دسته شامل مربع های شماره 0 و 1 ، جمله $\overline{XY}$ و دسته شامل مربع های 4 و 0 ،

جمله $\overline{Y}\overline{Z}$ و دسته شامل مربع های 7,6 جمله XY را تولید می کنند بنابراین $F = \overline{X}\overline{Y} + \overline{Y}\overline{Z} + XY$ می باشد . برای بدست آوردن $\overline{F}$ همه OR ها به AND و همه AND ها به OR تبدیل شده و همه متغیر ها ر امتمم می کنیم تا $\overline{F} = (X + Y).(Y + Z).(\overline{X} + \overline{Y})$ بدست آید .



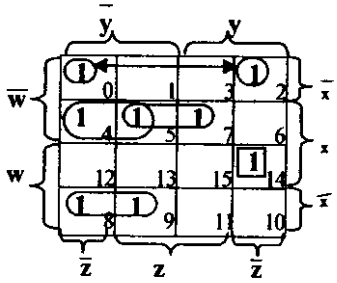
روش دوم: به جای دسته بندی 1ها، 0 ها را دسته بندی می کنیم دراین صورت دسته ناشی از مربعهای شماره ۲و۳ جمله $\overline{X}Y$ ودسته ناشی از مربع شماره ۵ جمله $X\overline{Y}Z$ را تولید خواهند کرد.بنابراین $\overline{F} = \overline{X}Y + X\overline{Y}Z$ خواهدبود.دقت کنید که توابع بدست آمده برای $\overline{F}$ در هردو روش هم ارز با یکدیگرند.

٤ـ تابع ٤ متغیره زیررا ساده کنید .

$$F = (W, X, Y, Z) = \Sigma(0,2,4,5,7,8,9,14)$$

جواب : دسته شامل مربع های 2,0 ، جمله $\overline{W}\overline{X}\overline{Z}$ را تولید می کند همچنین دسته شامل مربع های 5,4 جمله $\overline{W}X\overline{Y}$ ، دسته شامل مربع های 7,5 جمله $\overline{W}XZ$ ، دسته شامل مربع های 9,8 جمله $W\overline{X}\overline{Y}$ و دسته شامل مربع 14 ، جمله $WXY\overline{Z}$ را تولید می کنند بنابراین فرم ساده شده تابع F به صورت زیر است:

$$F = \overline{W}\overline{X}\overline{Z} + \overline{W}X\overline{Y} + \overline{W}XZ + W\overline{X}\overline{Y} + WXY\overline{Z}$$

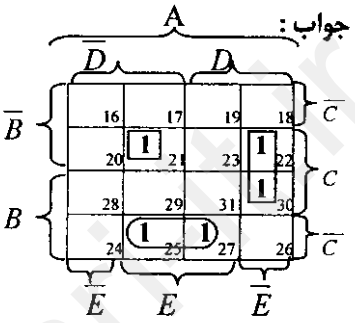


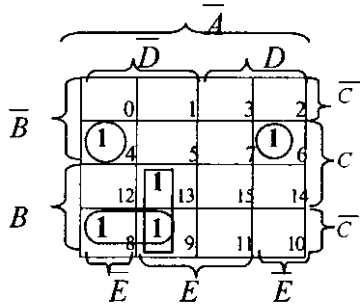
www.tanavari-it.ir

۵- تابع بول زیر را با استفاده از جدول کارنو ساده کنید

$F = (A,B,C,D,E) = \Sigma(4,6,8,9,13,21,22,25,27,30)$

جواب :



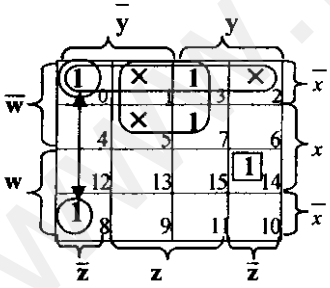


دسته شامل مربع های 6,4 ، جمله $\overline{A}\overline{B}C\overline{E}$ را تولید می کند همچنین دسته شامل مربع های ۸,۹ جمله $\overline{A}\overline{B}\overline{C}D$ ، دسته شامل مربع های 9,13 ، جمله $\overline{A}B\overline{D}E$ ، دسته شامل مربع های 30,22،جمله $ACD\overline{E}$ ، دسته شامل مربع های 25, 27 ،جمله $AB\overline{C}E$ و دسته شامل مربع 21 ، جمله $A\overline{B}C\overline{D}E$ را تولید می کنند بنابراین فرم ساده شده تابع F به صورت زیر می باشد :

$$F = \overline{A}\overline{B}C\overline{E} + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}B\overline{D}E + ACD\overline{E} + AB\overline{C}E + A\overline{B}C\overline{D}E$$

٦-تابع بول $F(W,X,Y,Z) = \Sigma(0,3,7,8,14)$ که حالات بی اهمیت زیر را دارا می باشد $d(W,X,Y,Z) = \Sigma(1,2,5)$ ساده کنید .

جواب : در هنگام دسته بندی مربع های شماره 1,2,5 را که دارای مقادیر بی اهمیت هستند حاوی مقدار 1 فرض می کنیم زیرا در تولید دسته های بزرگتر کمک می کنند و بدین طریق دو دسته ۴ تایی تولید می شود . دسته شامل ردیف اول ، جمله $\overline{WX}$ و دسته مربعی شکل جمله $\overline{W}Z$ را تولید می کنند.



همچنین دسته شامل مربع های 8,0 ، جمله $\overline{XYZ}$ و دسته شامل مربع 14 جمله $WXY\overline{Z}$ را تولید می کنند بنابراین فرم ساده شده تابع به صورت $F = \overline{W}\overline{X} + \overline{W}Z + \overline{X}\overline{Y}\overline{Z} + WXY\overline{Z}$ می باشد.

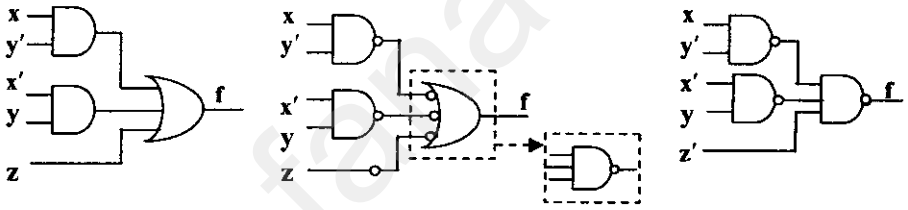
www.ranavari.ir

فصل پنجم

۱ـ تابع بولی زیر را با استفاده ا زگیت های NAND طراحی نمایید .

$$F = XY' + X'Y + Z$$

جواب : در شکل الف نمودار تابع F بوسیله گیت های AND ، OR رسم شده است . اگر در هر مسیر ۲ حباب اضافه کنیم (هر حباب به معنای یک گیت NOT است) ، تغییری در خروجی مدار حاصل نمی شود زیرا دو حباب پشت سر هم یکدیگر را خنثی می کنند. شکل (ب) نتیجه اضافه کردن ۲ حباب در هر مسیر است. می توانیم اولین حباب در مسیر z را حذف کرده و در عوض z را به Z' تبدیل کنیم بنابراین شکل (ج) که در آن فقط از گیت های NAND استفاده شده ، بدست خواهدآمد.



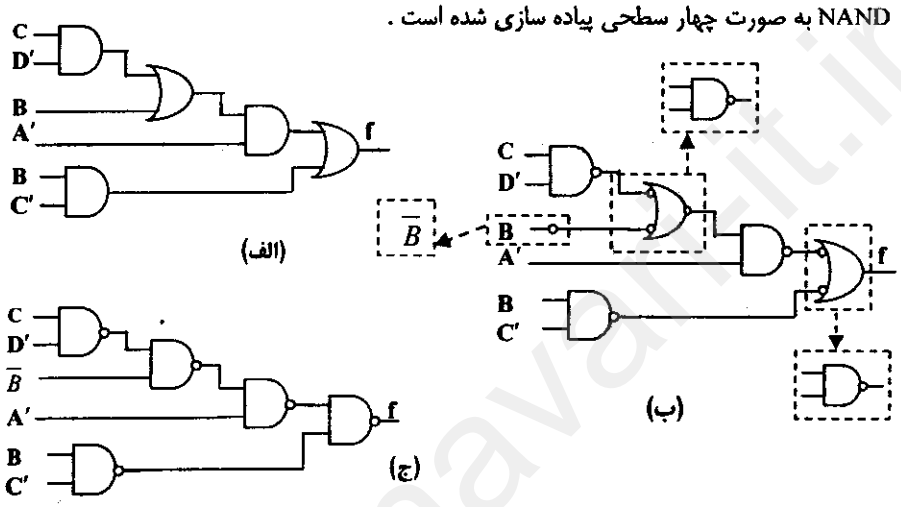
تذکر : طبق قضیه دمورگان اگر ورودی های گیت OR را متمم کنیم ، گیت NAND حاصل می شود زیرا: $(A' + B' + C') = \overline{(A.B.C)}$

www.farsiarit.ir

۲ـ تابع بولی زیر را با استفاده از گیت های معمولی و گیت NAND پیاده سازی نمایید

$F = A'(CD' + B) + BC'$

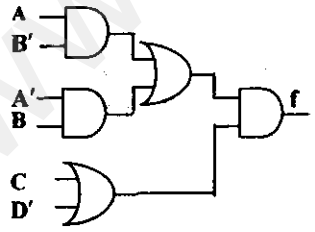
جواب : در شکل (الف) نمودار تابع F بوسیله گیت های معمولی (OR , AND) رسم شده است . در شکل (ب) در مسیر های لازم دو حباب قرار گرفته و در شکل (ج) تابع f فقط بوسیله گیت های NAND به صورت چهار سطحی پیاده سازی شده است .



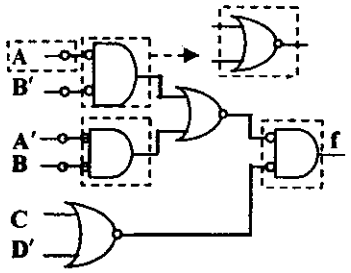
۳ـ تابع بولی زیر را با استفاد از گیت های NOR طراحی نمایید.

$F = (AB' + A'B)(C + D')$

جواب: در شکل (الف) تابع F بوسیله گیت های معمولی OR , AND رسم شده است . در شکل (ب) درهر مسیر لارم دو حباب اضافه شده است (هر حباب به منزله یک گیت NOTاست) طبق قضیه دمورگان اگر ورودی های گیت AND را متمم کنیم ، گیت NOR حاصل خواهد شد زیرا : $\overline{A}.\overline{B} = \overline{(A + B)}$. شکل (ج)درصفحه بعد از شکل (ب) بدست آمده است :

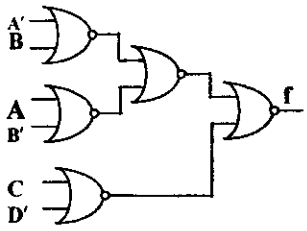


شکل (الف)



شکل(ب)

www.fanavarit.ir

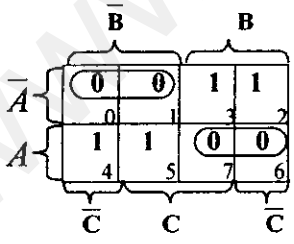


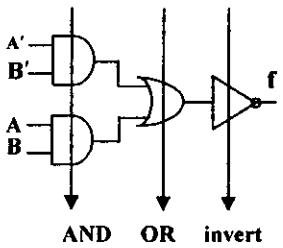
شکل(ج)

٤- تابع زیر را با استفاده از مدار های AND – OR – Inert طراحی نمایید .

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

جواب : ابتدا جدول درستی تابع F را به نقشه کارنو منتقل کرده ، سپس در نقشه کارنو 0 ها را دسته بندی نموده و F' رابدست می آوریم که $F' = A'B' + AB$ خواهد بود و لذا $F = (A'B' + AB)'$ می باشد که نمودار آن به صورت AND – OR – Invert درشکل زیر رسم شده است.





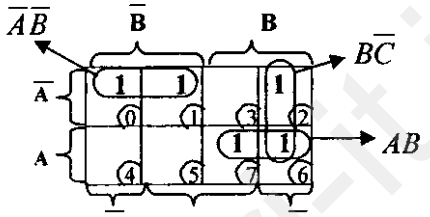
www.tanavari-it.ir

فصل ششم

۱- یک مدار ترکیبی با سه ورودی و یک خروجی طراحی نمایید .

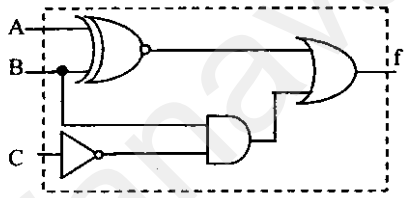
جواب : فرض کنید می خواهیم مداری طراحی کنیم که یک عدد دودویی ۳ بیتی را دریافت کرده و اگر معادل دهدهی این عدد بزرگتر از ۵ یا کوچکتر از ۳ است خروجی مدار برابر ۱ و در غیر اینصورت خروجی ۰ باشد جدول درستی و نقشه کارنو این مدار به صورت زیر است (C, B , A سه بیت ورودی و F خروجی مدار است) :

	A	B	C	f
0 =	0	0	0	1
1 =	0	0	1	1
2 =	0	1	1	1
3 =	0	1	1	0
4 =	1	0	0	0
5 =	1	0	1	0
6 =	1	1	0	1
7 =	1	1	1	1



$$F = \overline{A}\,\overline{B} + AB + B\,\overline{C}$$
$$= \overline{(A \oplus B)} + B\,\overline{C}$$

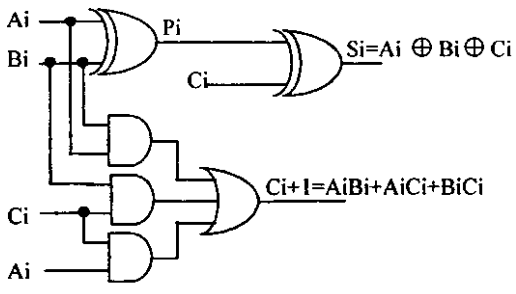
بنابراین نمودار مدار ترکیبی خواسته شده به صورت زیر می باشد :



۲ـ اگر تولید و انتشار نقلی را به صورت $G_i=A_iB_i$, $P_i=A_i+B_i$ داشته باشیم ، نشان دهید که نقلی خروجی و جمع خروجی یک جمع کننده کامل به صورت زیر خواهد بود :

$$C_{i+1} = (C_i' G_i' + P_i')' \quad , S_i = (P_i' G_i') \oplus C_i$$

جواب : نمودار زیر یک جمع کننده کامل (FA) را نشان می دهد . این مدار ۳ بیت C_i , B_i , A_i را جمع کره و حاصل را بوسیله دو بیت S_i , C_{i+1} نشان می دهد.



www.fanavari-ft.ir

اکنون با استفاده از روابط جبر بول نشان می دهیم که روابط داده شده در صورت مسأله صحیح اند :

$$C_{i+1} = (C_i' G_i' + P_i')' \overset{\text{دمورگان}}{\Leftrightarrow} C_{i+1} = (C_i + G_i) P_i$$

با توجه به اینکه در صورت مسأله $G_i = A_i B_i$, $P_i = A_i + B_i$ فرض شده با جایگذاری این روابط در رابطه بالا داریم :

$$C_{i+1} = (C_i + G_i) P_i = (C_i + G_i)(A_i + B_i) = A_i C_i + A_i G_i + G_i B_i + B_i C_i \Leftrightarrow$$

$$C_{i+1} = A_i C_i + A_i (A_i B_i) + (A_i B_i) B_i + B_i C_i \xleftrightarrow{X.X=X}$$

$$C_{i+1} = A_i C_i + A_i B_i + A_i B_i + B_i C_i \xleftrightarrow{X+X=X} C_{i+1} = A_i C_i + A_i B_i + B_i C_i$$

رابطه اخیر همان رابطه ای است که در نمودار FA برای C_{i+1} نوشته شده و صحیح می باشد لذا رابطه اولیه $(C_{i+1} = (C_i' G_i' + P_i')')$ نیز صحیح می باشد . به همین صورت برای اثبات دومین رابطه داریم :

$$S_i = (P_i G_i') \oplus C_i \xleftrightarrow{P_i = A_i + B_i, G_i = A_i . B_i} S_i = [(A_i + B_i)(A_i' + B_i')] \oplus C =$$

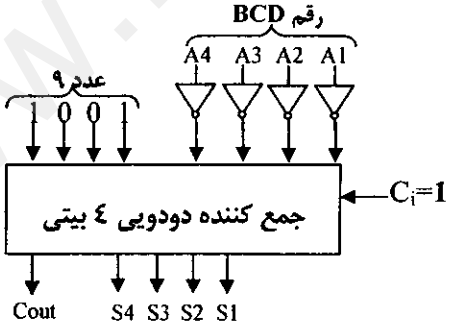
$$[A_i A_i' + A_i B_i' + A_i' B_i + B_i B_i'] \oplus C \xleftrightarrow{X \bar{X} = 0} [0 + \underbrace{A_i B_i' + A_i' B_i}_{A_i \oplus B_i} + 0] \oplus C = A_i \oplus B_i \oplus C_i$$

۳ـ یک مدار ترکیبی طراحی کنید تا متمم ۹ یک رقم BCD را تولید نماید .

جواب : می دانیم که یک رقم BCD از ۴ بیت ($A_4\ A_3\ A_2\ A_1$) تشکلیل شده است . برای بدست آوردن متمم ۹ هر رقم آنرا از ۹ کم می کنیم بنابراین داریم :

(متمم ۹ یک رقم BCD) = ۹ − (رقم BCD) = ۹ + (متمم 2 رقم BCD) + (1 + متمم 1 رقم BCD)

بنابراین مدار مورد نظر به صورت زیر خواهد . در این مدار بیتهای رقم BCD بعد از گذر از گیت های NOT به فرم متمم 1 تبدیل شده و پس از جمع شدن با C_i=1 به فرم متمم 2 در می آید سپس با عدد ۹ جمع می شود تا متمم ۹ رقم BCD تولید شود یعنی بیتهای S_1 تا S_4 متمم ۹ رقم BCD را نمایش خواهند داد .

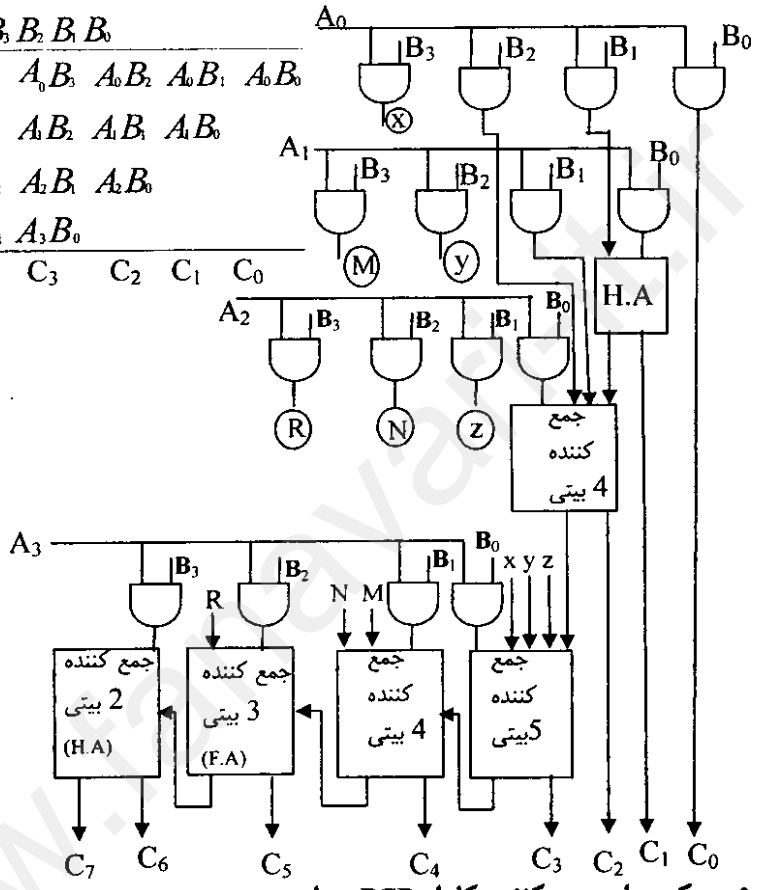


٤ـ یک ضرب کننده دودویی برای ضرب دو عدد چهار بیتی طراحی نمایید .

جواب : ابتدا دو عدد چهار بیتی $A_3A_2A_1A_0$ و $B_3B_2B_1B_0$ را به صورت دستی در هم ضرب می کنیم تا الگویی برای رسم مدار بدست آوریم سپس از روی آن نمودار را رسم می کنیم . دقت

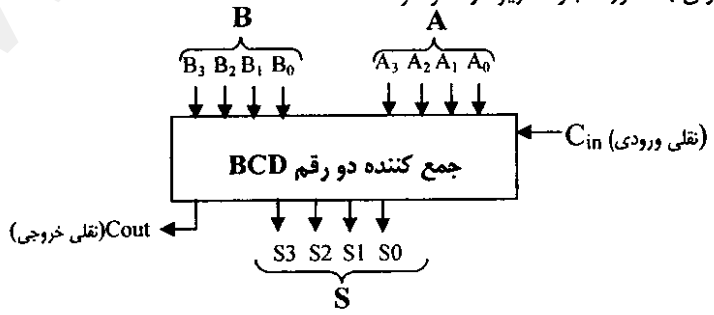
کنید که اعداد هر ستون باید با هم جمع شوند و در صورت تولید رقم نقلی ، رقم نقلی به ستون سمت چپ اضافه می شود .

$$
\begin{array}{cccccccc}
 & & & & A_3 & A_2 & A_1 & A_0 \\
 & & & & \times B_3 & B_2 & B_1 & B_0 \\
\hline
 & & & & A_0B_3 & A_0B_2 & A_0B_1 & A_0B_0 \\
 & & & + & A_1B_3 & A_1B_2 & A_1B_1 & A_1B_0 \\
 & & + & A_2B_3 & A_2B_2 & A_2B_1 & A_2B_0 & \\
 & + & A_3B_3 & A_3B_2 & A_3B_1 & A_3B_0 & & \\
\hline
C_7 & C_6 & C_5 & C_4 & C_3 & C_2 & C_1 & C_0
\end{array}
$$



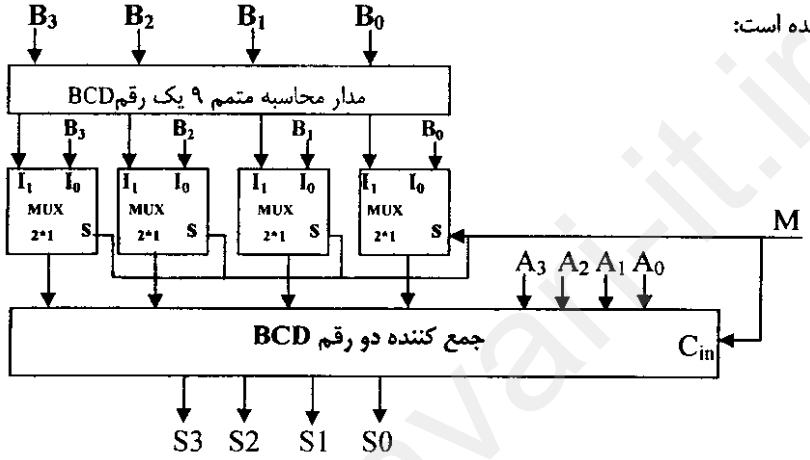
۵ - یک مدار جمع کننده کامل BCD بسازید .

جواب : در طول فصل ششم با طراحی مداری که دو رقم BCD را با هم جمع می کرد آشنا شدیم این مدار را می توان به صورت بلوک زیر در نظر گرفت :



www.farayaft.ir

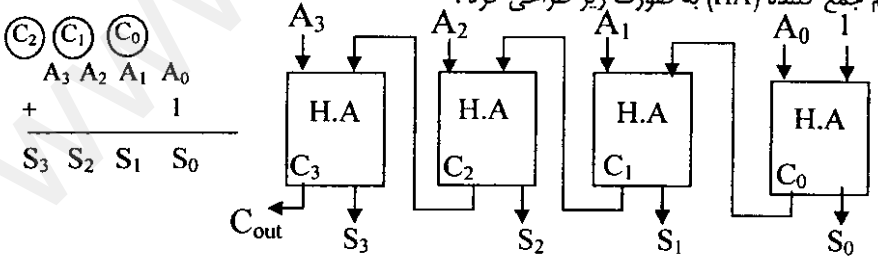
مدار فوق دو رقمAوBبه فرم BCD را به همراه رقم نقلی ورودی (در صورت وجود) جمع کرده و حاصل را نیز به فرم BCD نمایش می دهد . ضمناً ممکن است رقم نقلی خروجی (C_{out}) نیز تولید شود . اکنون می خواهیم مداری بسازیم که بتواندA-B وA+Bرا محاسبه کند(AوBبه فرم BCD هستند)در طراحی این مدار از مدار رسم شده در سوال ۳(محاسبه متمم۹ یک رقم BCD)استفاده شده است:



اگر M=0باشد آنگاه C_{in} وSنیز برابر 0بوده و لذا خروجی مالتی پلکسرها برابر $B_3\ B_2\ B_1B$است بنابراین مدار جمع کننده عمل A+Bرا انجام داده وS=A+B خواهد بود.اما اگرM=1 باشد آنگاه C_{in} وSنیز برابر 1بوده و لذا خروجی مالتی پلکسرها برابر متمم ۹عدد B است بنابراین خروجی مدار جمع کننده (S)برابر است با: S= A+[(B متمم۹عدد) + C_{in}]= A+[(B متمم۹عدد) + 1] = A+ [B متمم۱۰عدد] = A – B

٦ – یک مدار ترکیبی افزایش گر ٤ بیتی را با ٤ نیم جمع کننده طراحی نمایید .

جواب : مدار افزایش گر (incrementer) ۴ بیتی مداری است که عدد ۴ بیتی را از ورودی گرفته ، آنرا با 1 جمع می کند و حاصل را در خروجی نمایش می دهد . این مدار را می توان بوسیله ۴ نیم جمع کننده (HA) به صورت زیر طراحی کرد :



دقت کنید در صورتی که$(15)_{10}$=1111= $A_3\ A_2\ A_1\ A_0$ باشد آنگاه با اضافه شدن یک واحد به آن به $(16)_{10}$= 10000 تبدیل خواهد شد لذا $S_3\ S_2\ S_1S_0$ = 0000 و C_{out} =۱ خواهد شد و در واقع سر ریز رخ داده است .

www.tabarvarisit.ir

فصل هفتم

۱ـ نمودار منطقی یک دیکدر ۲ به ٤ را فقط باگیت های NOR طراحی نمائید.

جواب: جدول درستی دیکدر ۲ به ۴ به صورت زیر می باشد.

A	B	D0	D1	D2	D3
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

$\Rightarrow$

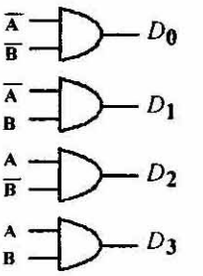
$D_0 = \overline{A}\,\overline{B}$

$D_1 = \overline{A}\,B$

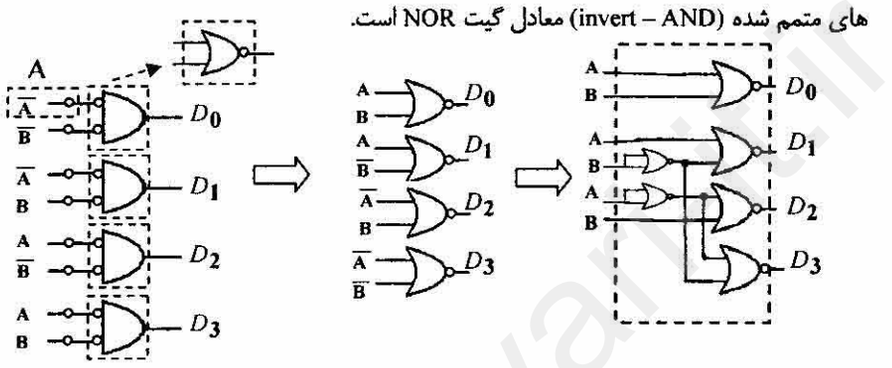
$D_2 = A\,\overline{B}$

$D_3 = AB$

$\Rightarrow$



اکنون در هر مسیر ۲ حباب (گیت NOT) اضافه می کنیم توجه کنید که گیت AND با ورودی های متمم شده (invert – AND) معادل گیت NOR است.



توجه کنید که $\overline{A}$ معادل A است زیرا : $(\overline{A + A}) = (\overline{A}) = \overline{A}$

۲ـ یک مدار ترکیبی با سه تابع بولی زیر تعریف شده است مدار را با دیکدر و گیت های بیرونی بسازید.

$$F_1 = x'y' + xy\,z' \;,\quad F_2 = x'yz' + x'y \;,\quad F_3 = x'y'z + xz$$

جواب : برای پیاده سازی توابع F_1 , F_2 , F_3 به وسیله دیکدر ابتدا آنها را به فرم جمع مینترم‌ها تبدیل می کنیم.

$$f_1 = x'y'.1 + xy\,z' = x'y'(z + z') + xy\,z' = x'y'z + x'y'z' + xy\,z' = \sum(0,1,6)$$

$$\underbrace{001}_{1}\;\underbrace{000}_{0}\;\underbrace{110}_{6}$$

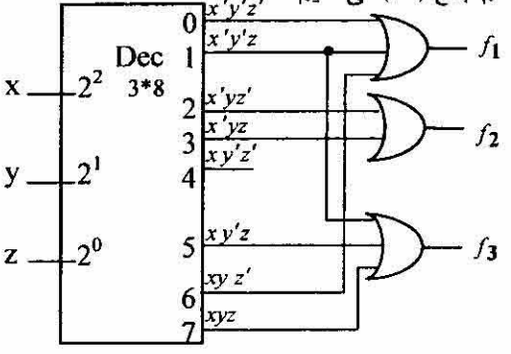
$$f_2 = x'yz' + x'y(z + z') = \underbrace{x'y\,z'}_{2} + \underbrace{x'y\,z}_{3} + \underbrace{x'y\,z'}_{2} = \sum(2,3)$$

$$\underbrace{010}_{2}\;\underbrace{011}_{3}\;\underbrace{010}_{2}$$

$$f_3 = x'y'z + xz\,(y + y') = x'y'z + xyz + xy'z = \sum(1,5,7)$$

$$\underbrace{001}_{1}\;\underbrace{111}_{7}\;\underbrace{101}_{5}$$

اکنون به وسیله یک دیکدر همه مینترم‌های قابل تولید به وسیله ۳ متغیر z,y,x را تولید کرده وبرای تولید هر تابع، مینترم های سازنده تابع را با هم جمع (oR) می کنیم:



www.farayar.ir

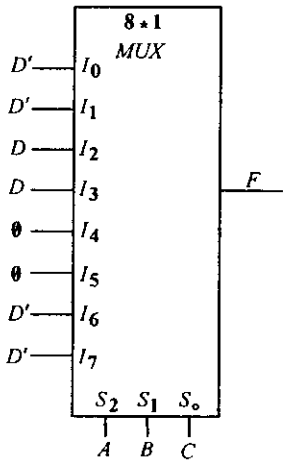
۳ – تابع بولی زیر را با استفاده از یک مولتی پلکسر پیاده سازی کنید .

$$F(A,B,C,D)=\sum(0,2,5,7,12,14)$$

جواب : ابتدا جدول درستی تابع F را تشکیل می دهیم . سپس هر دو سطر متوالی را به عنوان یک دسته در نظر گرفته و در هر دسته رابطه F با D را معلوم می کنیم . F می تواند برابر D یا D' باشد . همچنین F می تواند رابطه ای با D نداشته باشد یعنی F برابر مقدار ثابت **0** و یا **1** باشد. به عنوان مثال در دو سطر اول $F=D'$ است زیرا مقادیر F و D معکوس یکدیگرند .

سه متغیر اول (A,B,C) را به خطوط انتخاب مولتی پلکسر متصل می کنیم (A به S_2، B به S_1 و C به S_0 باید متصل شوند). دو سطر اول متناظر با خط I_0 از مولتی پلکسر هستند زیرا در این دو سطر $ABC=S_2S_1S_0=000$ می‌باشد به همین ترتیب دوسطر بعدی متناظر با I_1 هستند و... بنابراین خط I_0 را به D' متصل می‌کنیم زیرا در دو سطر اول $F=D'$ است. بقیه خطوط نیز به همین ترتیب متصل می‌شوند .

	A	B	C	D	F	
m_0	0	0	0	0	1	$F=D'$
m_1	0	0	0	1	0	
m_2	0	0	1	0	1	$F=D'$
m_3	0	0	1	1	0	
m_4	0	1	0	0	0	$F=D$
m_5	0	1	0	1	1	
m_6	0	1	1	0	0	$F=D$
m_7	0	1	1	1	1	
m_8	1	0	0	0	0	$F=0$
m_9	1	0	0	1	0	
m_{10}	1	0	1	0	0	$F=0$
m_{11}	1	0	1	1	0	
m_{12}	1	1	0	0	1	$F=D'$
m_{13}	1	1	0	1	0	
m_{14}	1	1	1	0	1	$F=D'$
m_{15}	1	1	1	1	0	



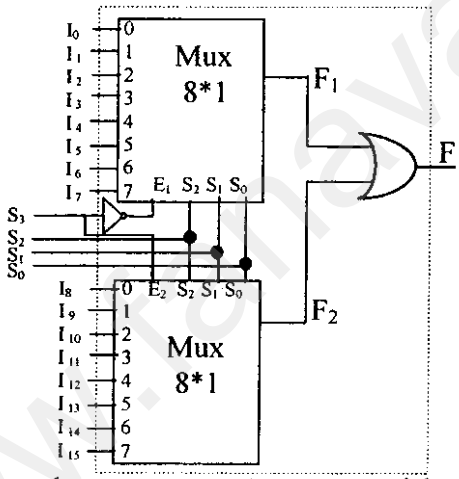
٤ – یک مولتی پلکسر 16×1 را با دو مولتی پلکسر 8×1 پیاده سازی نمایید .

جواب : همانطور که در شکل نشان داده شده است مولتی پلکسر اول خطوط I_0 تا I_7 و مولتی پلکسر دوم خطوط I_8 تا I_{15} را تولید می کنند هنگامی که خطوط انتخاب دارای مقدار $S_3S_2S_1S_0=0000$ تا $S_3S_2S_1S_0=0111$ باشند مولتی پلکسر بالایی فعال و مولتی پلکسر پایینی غیر فعال است زیرا در این **8** حالت $S_3=0$ بوده و لذا خط E_1 (فعال ساز) برای مولتی پلکسر بالایی دارای مقدار **1** و برای مولتی پلکسر پایینی، E_2 دارای مقدار **0** است . در این حالت اگر مولتی پلکسر پایینی با استفاده از گیتهای AND و OR پیاده سازی شده باشد

خروجی این مولتی پلکسر برابر 0 و در نتیجه $F = F_1 + 0 = F_1$ خواهد بود . به عنوان مثال اگر $S_3S_2S_1S_0 = 0101$ باشد فقط مولتی پلکسر بالایی فعال است و چون $S_2S_1S_0 = 101 = 5$ می‌باشد خط I_5 به عنوان خروجی F_1 انتخاب می شود . با توجه به اینکه مولتی پلکسر پایینی خاموش بوده و خروجی آن 0 است داریم : $F = F_1 + F_2 = F_1 + 0 = I_5 + 0 = I_5$.به همین صورت اگر مقادیر خطوط انتخاب از $S_3S_2S_1S_0 = 1000$ تا $S_3S_2S_1S_0 = 1111$ باشد مولتی پلکسر بالایی غیر فعال و مولتی پلکسر پایینی فعال خواهد بود بنابراین خطوط I_8 تا I_{15} می توانند به عنوان خروجی F انتخاب شوند به عنوان مثال اگر $S_3S_2S_1S_0 = 1101$ باشد فقط مولتی پلکسر پایینی فعال است زیرا خط فعال ساز آن (E_2) برابر 1 می شود لذا خروجی مولتی پلکسر بالایی $F_1 = 0$ می باشد. ضمناً چون $S_2S_1S_0 = 101$ است خط شماره 5 از مولتی پلکسر پایینی (یعنی I_{13}) به عنوان خروجی انتخاب می شود $(F_2 = I_{13})$ و لذا داریم :

$$F = F_1 + F_2 = 0 + I_{13} = I_{13}$$

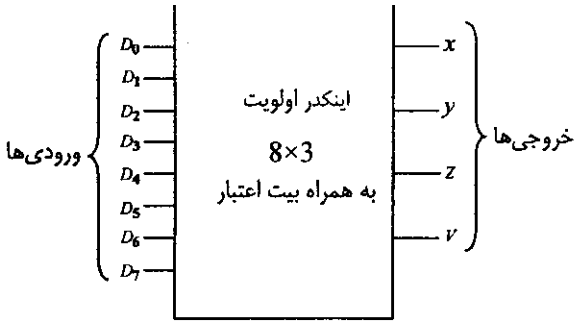
تذکر مهم : اگر هر دو مولتی پلکسر 8×1 با استفاده از بافرهای 3 حالته پیاده سازی شده باشند یعنی هنگامی که خط فعال ساز آنها مقدار 0 دارد خروجی آنها امپرانس بالا (مدار باز) باشد احتیاجی به گیت oR نیست و می توان F_1 و F_2 را مستقیماً به هم وصل کرد و نقطه اتصال را F نامید .



۵ – جدول درستی یک انکدر اولویت هشت هشتی به دودو یی را معین کنید .

D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	x	y	z	V
0	0	0	0	0	0	0	0	X	X	X	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
X	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
X	X	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
X	X	X	1	0	0	0	0	0	1	1	1
X	X	X	X	1	0	0	0	1	0	0	1
X	X	X	X	X	1	0	0	1	0	1	1
X	X	X	X	X	X	1	0	1	1	0	1
X	X	X	X	X	X	X	1	1	1	1	1

www.arsavan.ir

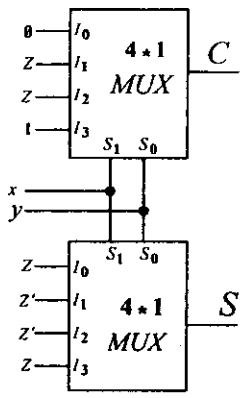


در جدول فوق اولویت ورودی D_7 از بقیه ورودی‌ها بیشتر است و به طور کلی ترتیب اولویت‌ها به صورت $D_0 < D_1 < D_2 < D_3 < D_4 < D_5 < D_6 < D_7$ می باشد بنابراین مثلاً در خط آخر که $D_7=1$ است مقدار بقیه ورودی‌ها اهمیتی نداشته و خروجی برابر $x\,y\,z=111=7$ خواهد بود . بیت V (بیت اعتبار) هنگامی که هیچ یک از ورودی‌ها فعال نباشند (هیچکدام از D ها برابر 1 نباشد) برابر0 خواهد بود و لذا در لحظه‌ای که $V=0$ است مقدار خروجی‌ها (x,y,z) نا معتبر بوده و نباید استفاده شوند .

٦ – یک جمع کننده کامل را با دو مولتی پلکسر 1 * 4 پیاده سازی نمایید .

جواب : ابتدا جدول درستی جمع کننده کامل را تشکیل داده هر دو سطر مجاور را به عنوان یک دسته در نظر می گیریم سپس مانند سوال 3 در هر دسته رابطه C و S را با آخرین متغیر (Z) مشخص می‌کنیم . متغیر های x و y را به ترتیب به S_1 و S_0 متصل می کنیم . در دسته اول که $x\,y=S_1\,S_0=00$ است، $S=Z$ و $C=0$ می باشد . بنابراین خط I_0 از مولتی پلکسر بالایی (که تابع C را پیاده سازی می کند) را به 0 و خط I_0 از مولتی پلکسر پایینی (که تابع S را پیاده سازی می کند) را به Z متصل می کنیم (دقت کنید که در هر دو مولتی پلکسر هنگامی که $S_1\,S_0=00$ باشد خط I_0 به عنوان خروجی انتخاب می شود . اثر بقیه دسته‌ها نیز به همین صورت روی هر دو مولتی پلکسر اعمال شده است .

	x	y	Z	C	S	
I_0	0	0	0	0	0	$C=0\ ,\ S=Z$
	0	0	1	0	1	
I_1	0	1	0	0	1	$C=Z\ ,\ S=Z'$
	0	1	1	1	0	
I_2	1	0	0	0	1	$C=Z\ ,\ S=Z'$
	1	0	1	1	0	
I_3	1	1	0	1	0	$C=1\ ,\ S=Z$
	1	1	1	1	1	



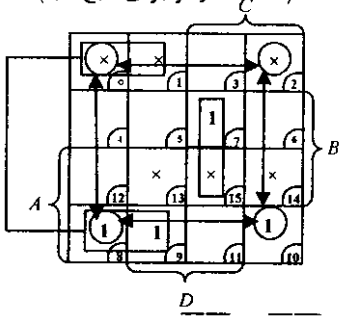
www.rahnavard.ir

۷ – یک دیکدر افزونی 3 ته دودویی را با استفاده از ترکیبات بـه کـار نرفتـه بـی اهمیت طراحی نمایید .

جواب : برای طراحی یک دیکدر افزونی 3 به دودویی ابتدا جدول درستی آن را تشکیل مـی‌دهـیم به ازای ترکیبات به کار نرفته ورودی مقدار خروجی بی اهمیت است زیرا فـرض بـر ایـن اسـت کـه ترکیبات به کار نرفته هرگـز در ورودی بـه کـار بـرده نمـی شـوند. ایـن ترکیبـات در هنگـام دسـته بندی **1**های جدول کار نو می توانند به ایجاد دسته‌های بزرگتر کمـک کننـد. پـس از انتقـال جـدول درستی به **4** جدول کار نو و بدست آوردن فرم ساده شدهٔ توابع x, y, z, w، نمودار این توابـع را رسـم می کنیم:

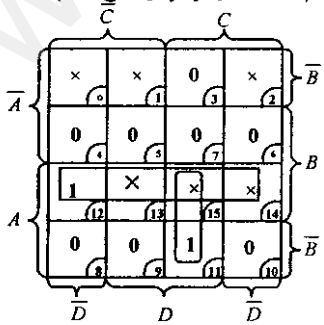
	ورودی افزودنی 3				شماره	خروجی دودویی				رقم دهدهی
	A	B	C	D	مربع متناظر	x	y	z	w	متناظر
ترکیبات به کار نرفته	0	0	0	0	0	X	X	X	X	
	0	0	0	1	1	X	X	X	X	
	0	0	1	0	2	X	X	X	X	
	0	0	1	1	3	0	0	0	0	0
	0	1	0	0	4	0	0	0	1	1
	0	1	0	1	5	0	0	1	0	2
	0	1	1	0	6	0	0	1	1	3
	0	1	1	1	7	0	1	0	0	4
	1	0	0	0	8	0	1	0	1	5
	1	0	0	1	9	0	1	1	0	6
	1	0	1	0	10	0	1	1	1	7
	1	0	1	1	11	1	0	0	0	8
	1	1	0	0	12	1	0	0	1	9
ترکیبات به کار نرفته	1	1	0	1	13	X	X	X	X	
	1	1	1	0	14	X	X	X	X	
	1	1	1	1	15	X	X	X	X	

(نقشه کار نو برای تابع y)



$$y = BCD + \overline{B}\overline{C} + \overline{B}\overline{D}$$

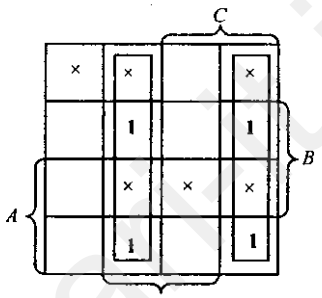
(نقشه کار نو برای تابع x)



$$x = ACD + AB$$

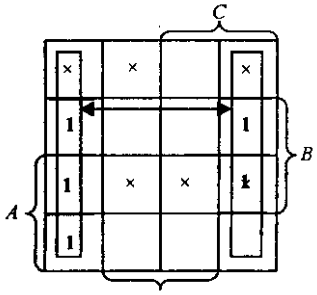
www.fanavarit.ir

(نقشه کارنو برای تابع Z)

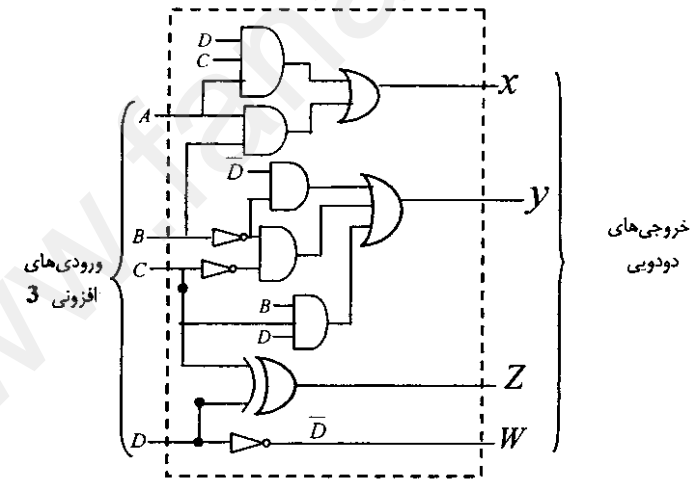


$Z=\overline{C}D+C\overline{D}=C\oplus D$

(نقشه کارنو برای تابع W)



$W=\overline{D}$



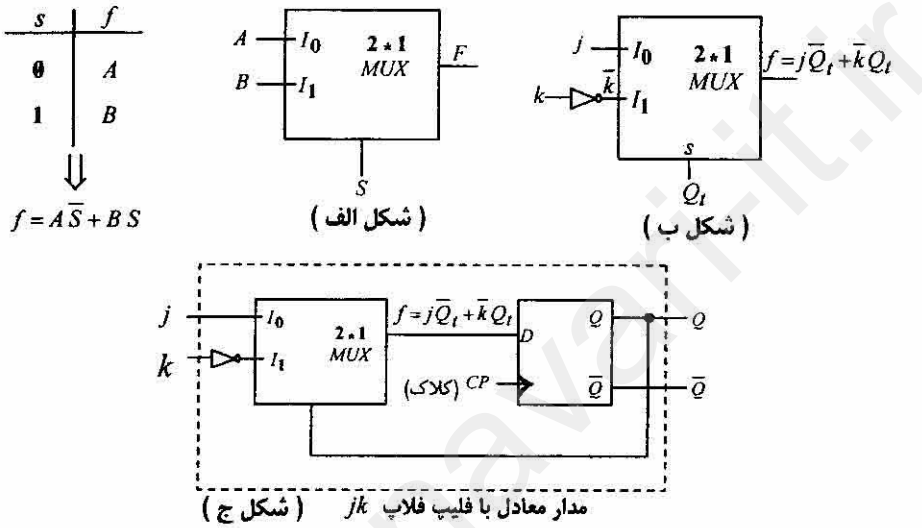
مدار دیکدر افزونی 3 به دودویی

www.tapavaran.ir

فصل هشتم

۱- با استفاده از فلیپ فلاپ D و یک مولتی پلکسر و یک وارونگر ، یک فلیپ فلاپ jk بسازید .

جواب : می دانیم که معادله مشخصه فلیپ فلاپ D به صورت $Q_{t+1}=D$ و معادله مشخصه فلیپ فلاپ jk به صورت $Q_{t+1} = j\overline{Q}_t + \overline{k}Q_t$ می باشد . درشکل (الف) یک مولتی پلکسر 2×1 به همراه جدول درستی آن رسم شده است. تابع خروجی این مولتی پلکسر به صورت $F = A\overline{S} + BS$ می باشد . بنابراین تابع خروجی مولتی پلکسر شکل (ب) به صورت $F = j\overline{Q}_t + \overline{k}Q_t$ خواهد بود در شکل (ج) ورودی فلیپ فلاپ D تابع $F = j\overline{Q}_t + \overline{k}Q_t$ می باشد و می دانیم که فلیپ فلاپ D فقط ورودی را به خروجی منتقل می‌کند (در لبه های مثبت یا منفی) بنابراین خروجی این فلیپ فلاپ به صورت $Q_{t+1} = j\overline{Q}_t + \overline{k}Q_t$ خواهد بود که همان معادله مشخصه فلیپ فلاپ jk است .

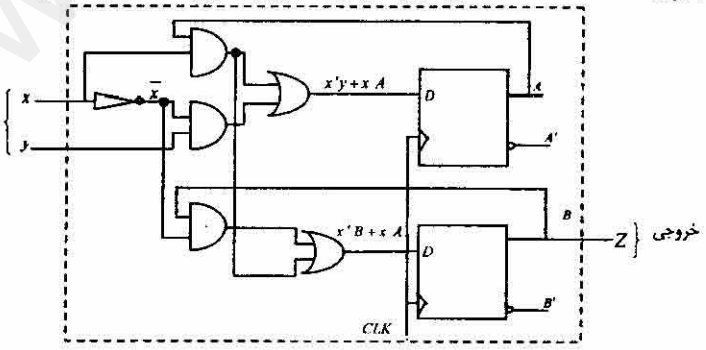


۲ - یک مدار ترتیبی با دو فلیپ فلاپ D و معادلات زیر مشخص شده است که در آن A,B فلیپ فلاپ‌ها،y,x ورودی ها و z خروجی می باشد :

$$A(t+1) = X'y + XA \quad , B(t+1) = X'B + XA \quad , Z = B$$

نمودار منطقی و نمودار حالت مرتبط را رسم کرده و جدول حالت را برای مدار ترتیبی لیست کنید .

جواب : از روی معادلات داده شده می توان نمودار منطقی و جدول حالت را رسم کرد :



(نمودار مدار ترتیبی)

www.tanavarit.ir

حالت فعلی		ورودی‌ها		حالت بعدی		خروجی
A	B	x	y	$A_{(t+1)}$	$B_{(t+1)}$	Z
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

(جدول حالت)

چون این مدار دارای 2 فلیپ فلاپ (A,B) و 2 ورودی (x,y) است لذا جدول حالت دارای 16 ردیف است $(2^{2+2} = 2^4 = 16)$. مقادیر ستونهای $A_{(t+1)}$, $B_{(t+1)}$ و Z از روی معادلات داده شده بدست آمده اند. به عنوان مثال در سطر اول داریم :

$$ABXY = 0000 \Rightarrow \begin{cases} A_{(t+1)} = X'Y + XA = 1.0 + 0.0 = 0 \\ B_{(t+1)} = X'B + XA = 1.0 + 00 = 0 \\ Z = B = 0 \end{cases}$$

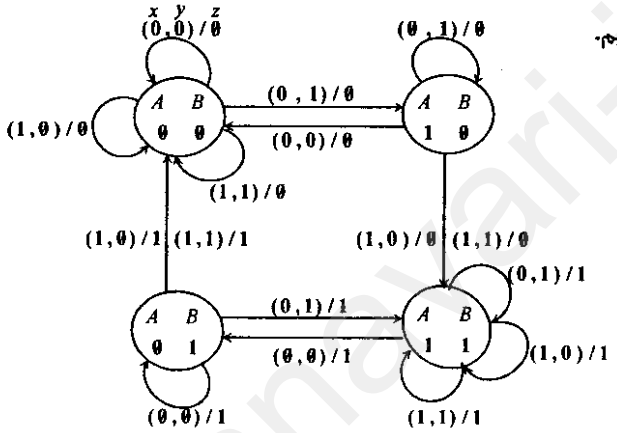
همچنین در سطر هفتم داریم :

$$ABXY = 0110 \Rightarrow \begin{cases} A_{(t+1)} = X'y + XA = 0.0 + 1.0 = 0 \\ B_{(t+1)} = X'B + XA = 0.1 + 1.0 = 0 \\ Z = B = 1 \end{cases}$$

در بقیه سطرها نیز مقادیر $A_{(t+1)}$, $B_{(t+1)}$, Z به همین صورت بدست می آیند. اکنون نمودار حالت را از روی جدول حالت بدست می آوریم : چون 2 فلیپ فلاپ (A,B) داریم لذا نمودار حالت دارای 4 حالت خواهد بود $(2^2=4)$ که آنها را بوسیله 4 دایره نشان می دهیم . به عنوان مثال در

www.tarbiyatit.ir

سطر دوم جدول حالت AB =00 , $A_{(t+1)}B_{(t+1)}$=10 , XY=01 و Z =0 است یعنی هنگامی که فلیپ فلاپها در حالت AB=00 هستند و ورودی‌های مدار XY=01 و خروجی Z=0 است در کلاک پالس بعدی فلیپ فلاپها به حالت AB=10 خواهند رفت بنابراین به ازای سطر دوم جدول در نمودار حالت یک خط جهت دار از حالت AB=00 به حالتAB=10 کشیده ورودی آن $\overset{x}{0}\,/\,(\overset{y}{0},\overset{z}{1})$ می نویسیم. به همین صورت به ازای بقیه سطرهای جدول در نمودار حالت خطوط لازم را رسم می‌کنیم.



۳ - یک مدار ترتیبی با دو فلیپ فلاپ از نوع D و یک ورودی X طراحی کنید. شرایط زیر باید در طراحی در نظر گرفته شود:

وقتی X = 0 است، حالت مدار بدون تغییر باقی می‌ماند.

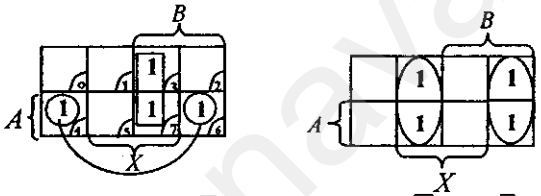
وقتی X = 1 است، مدار وارد حالات 00 , 01 , 11 , 10 و بازگشت به 00 شده و کار تکرار شود.

جواب : ابتدا جدول حالت مدار را با استفاده از اطلاعات داده شده ، تشکیل می دهیم . چون مدار دو فلیپ فلاپ و یک ورودی دارد دارای ۸ سطر است($۸ = ۲^{۳} = ۲^{۲+۱}$). در هر سطری که X = 0 است ، $A_{(t+1)} = A_t$ و $B_{(t+1)} = B_t$ خواهد بود یعنی فلیپ فلاپها در همان حالت قبلی باقی می مانند . در سطرهایی که X = 1 است اگر A_tB_t = 00 باشد $A_{t+1}B_{t+1}$=01 خواهد بود اگر A_tB_t = 01 باشد، $A_{t+1}B_{t+1}$=11 و اگر A_tB_t = 11 باشد ، $A_{t+1}B_{t+1}$=10 و اگر A_tB_t = 10 باشد ، $A_{t+1}B_{t+1}$=00 خواهد بود.

www.tanavari-it.ir

	حالت فعلی		ورودی		
	$A = A_t$	$B = B_t$	X	A_{t+1}	B_{t+1}
m_0	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
m_1	Ø	Ø	1	Ø	1
m_2	Ø	1	Ø	Ø	1
m_3	Ø	1	1	1	1
m_4	1	Ø	Ø	1	Ø
m_5	1	Ø	1	0	0
m_6	1	1	Ø	1	1
m_7	1	1	1	1	Ø

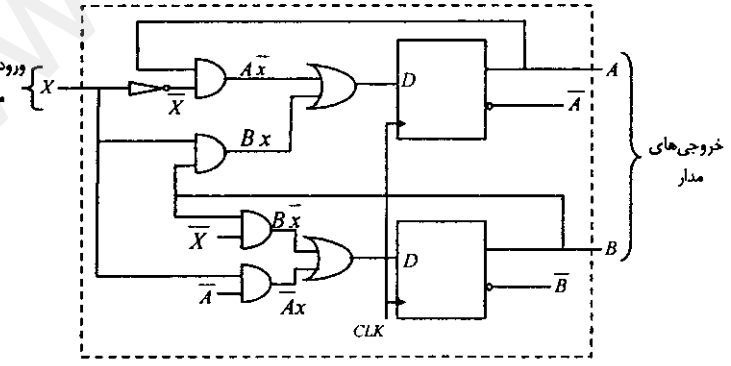
اکنون بوسیله نقشه های کارنو معادله های حالتA_{t+1} و B_{t+1} را بر حسب X,B, A بدست می آوریم :



$A_{t+1} = B\,x + A\,\bar{x}$ (رابطه 2)

$B_{t+1} = \bar{A}x + B\,\bar{x}$ (رابطه 1)

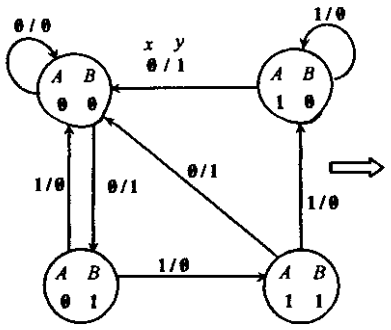
معادله مشخصه فلیپ فلاپ D به صورت A_{t+1}=D است که در آن D مقدار ورودی فلیپ فلاپ می باشد لذا در فلیپ فلاپ نوع D معادله حالت ($A_{(t+1)}$) برابر معادله ورودی فلیپ فلاپ است . بنابراین برای رسم نمودار مدار ، بدست آودن معادلات حالت (روابط 2,1) کافی است :



www.tanavari-it.ir

٤ - مدار ترتیبی نمودار حالت شکل ۸-۱۷را با استفاده از فلیپ فلاپ T طراحی کنید.

جواب : نمودار حالت شکل ۸-۱۷ به صورت زیر است . مدار ترتیبی مربوطه دارای ورودی X و خروجی Y است . ضمناً در این مدار فلیپ فلاپ های A,B از نوع T وجود دارد . ابتدا از روی نمودار حالت ، جدول حالت را بدست می آوریم :



(نمودار حالت شکل ۸ – ۱۷)

ورودیهای FFها		خروجی	حالت بعدی		ورودی	حالت فعلی	
T_B	T_A	y	B_{t+1}	A_{t+1}	X	$B(B_t)$	$A(A_t)$
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	0	1	1	0
0	1	0	1	1	1	1	0
0	1	1	0	0	0	0	1
0	0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1

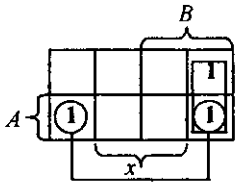
(جدول حالت)

T_A ورودی فلیپ فلاپ A و T_B ورودی فلیپ و فلاپ B است. در سطر اول جدول، حالت فعلی، حالت $AB=00$ و ورودی مدار $x=0$ است با توجه به نمودار حالت در چنین شرایطی خروجی $y=0$ بوده و حالت بعدی نیز حالت 0 0 خواهد بود. یعنی حالت (خروجی) فلیپ فلاپها نباید تغییر کند لذا طبق جدول مشخصه فلیپ نوع T، باید $T_A=0$ و $T_B=0$ باشد . به همین ترتیب در سطر دوم، حالت فعلی، حالت $AB=00$ و ورودی مدار $x=1$ است لذا با توجه به نمودار حالت، خروجی $y=0$ بوده و به حالت $AB=01$ خواهیم رفت (حالت بعدی $AB=01$ است) بنابراین $A_{t+1}=0$ خواهد شددرحالی که $A_t=0$است لذا فلیپ فلاپAبدون تغییر باقی می ماندبه عبارت دیگرباید $T_A=0$ باشد. B باید تغییر وضعیت دهد زیرا $B_t=0$ و $B_{t+1}=1$ است بنابراین در سطر دوم $T_B=1$ می باشد. بقیهٔ سطرها نیز به همین صورت کامل می شوند. اکنون بوسیله جدول حالت، T_B و T_A و y را بر حسب ورودی و حالت فعلی (A,B,x) بدست می آوریم. برای ساده کردن T_A و T_B از نقشه کارنو استفاده می کنیم :

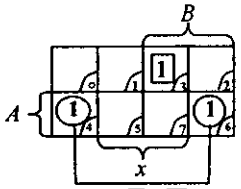
www.tarnavarit.ir

Q_{t+1} (حالت بعدی)	T (ورودی فلیپ فلاپ)
Q_t (حالت فعلی)	0
Q'_t	1

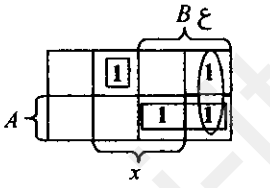
جدول مشخصه فلیپ فلاپ نوع T



$y = A\bar{x} + B\bar{x}$

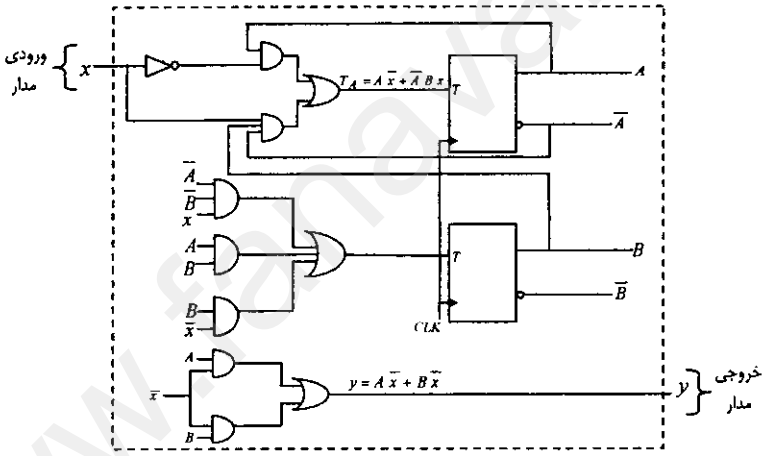


$T_A = A\bar{x} + \bar{A}Bx$



$T_B = \bar{A}\bar{B}x + AB + B\bar{x}$

اکنون به کمک روابط بدست آمده برای y، T_A و T_B، نمودار مدار را رسم می‌کنیم :



۵ – یک مدار ترتیبی با دو فلیپ فلاپ jk و دو ورودی E و x طراحی نمایید که شرایط ذیل را داشته باشد :

اگر $E=0$ باشد، مدار بدون توجه به x در حالت فعلی خود می‌ماند.

اگر $E=1$ و $x=1$ باشد مدار وارد حالات 00، 01، 10 و 11 و بازگشت به 00 شده و کار را تکرار کند.

اگر $E=1$ و $x=0$ باشد مدار وارد حالات 00، 11، 10 و 01 شده و به حالت 00 رفته و عمل را تکرار نماید.

www.fanavari-it.ir

جواب : ابتدا بوسیله اطلاعات داده شده جدول حالت مدار را تشکیل می‌دهیم. J_A و K_A، ورودی‌های فلیپ فلاپ A و J_B و K_B، ورودی های فلیپ فلاپB هستند.در یک فلیپ فلاپ JK اگر $Q_t=0$ باشد وبخواهیم که Q_{t+1} نیز برابر ۰باشد می توانیمJ,Kرا0کنیم تا فلاپ فلیپ بدون تغییر بماند یا می‌توانیم J را 0 و K را 1 کنیم تا خروجی حالت بعدی (Q_{t+1})برابر 0 شود بنابراین به J حتماً باید مقدار 0 بدهیم در حالی که K می‌تواند 0 یا 1 باشد به عبارت دیگر مقدار K بی اهمیت (don't – care)است . مطالب گفته شده سطر اول جدول تحریک فلیپ فلاپ JK را تشکیل می دهند بقیهٔ سطرهای آن نیز به همین صورت پر می‌شوند دقت کنید که جدول تحریک با استفاده از جدول مشخصه بدست آمده است درکامل کردن جدول حالت مدار از جدول تحریک کمک می گیریم به عنوان مثال در سطر آخر جدول حالت مدار،حالت فعلی A=1,B=1 و حالت بعدی $A_{t+1}=0$ و $B_{t+1}=0$ است بنابراین در هر دو فلیپ فلاپ می خواهیم خروجی فعلی 1 و خروجی بعدی 0 باشد برای این منظور با توجه به سطر سوم جدول تحریک ($1\rightarrow 0$)باید $K=1, J=\times$ باشد ($J_A=J_B=\times\ ,\ K_A=K_B=1$) بقیهٔ سطرهای جدول حالت نیز به همین صورت کامل می شوند.

J	K	$Q_{(t+1)}$
0	0	Q_t
0	1	0
1	0	1
1	1	Q'_t

(جدول مشخصه فلیپ فلاپ JK)

حالت فعلی / حالت بعدی $Q_t \rightarrow Q_{t+1}$	J	K	J	K
0 → 0	0 یا 0	0 یا 1	0	×
0 → 1	1 یا 1	1 یا 0	1	×
1 → 0	1 یا 0	1 یا 1	×	1
1 → 1	0 یا 1	0 یا 0	×	0

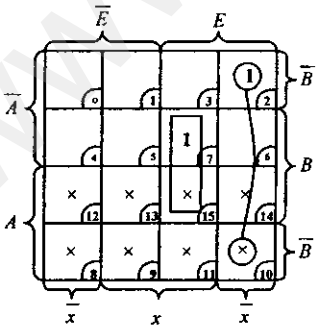
(جدول تحریک فلیپ فلاپ JK)

www.farnavaran.ir

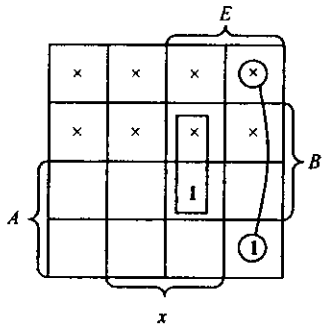
	حالت فعلی		ورودی‌ها		حالت بعدی		ورودی‌های فلیپ فلاپ A		ورودی‌های فلیپ فلاپ B	
	A	B	E	x	A_{t+1}	B_{t+1}	J_A	K_A	J_B	K_B
m_0	0	0	0	0	0	0	0	×	0	×
m_1	0	0	0	1	0	0	0	×	0	×
m_2	0	0	1	0	1	1	1	×	1	×
m_3	0	0	1	1	0	1	0	×	1	×
m_4	0	1	0	0	0	1	0	×	×	0
m_5	0	1	0	1	0	1	0	×	×	0
m_6	0	1	1	0	0	0	0	×	×	1
m_7	0	1	1	1	1	0	1	×	×	1
m_8	1	0	0	0	1	0	×	0	0	×
m_9	1	0	0	1	1	0	×	0	0	×
m_{10}	1	0	1	0	0	1	×	1	1	×
m_{11}	1	0	1	1	1	1	×	0	1	×
m_{12}	1	1	0	0	1	1	×	0	×	0
m_{13}	1	1	0	1	1	1	×	0	×	0
m_{14}	1	1	1	0	1	0	×	0	×	1
m_{15}	1	1	1	1	0	0	×	1	×	1

(جدول حالت مدار)

اکنون به وسیله جدول حالت بدست آمده، J_A، K_A، J_B و K_B را بر حسب A,B,E,x بدست می‌آوریم برای ساده کردن این توابع از نقشه کارنو چهار متغیره استفاده می‌کنیم ضمناً از مقادیر بی‌اهمیت (×) برای ایجاد دسته‌های بزرگتر و در نتیجه ساده‌تر شدن توابع کمک می‌گیریم:

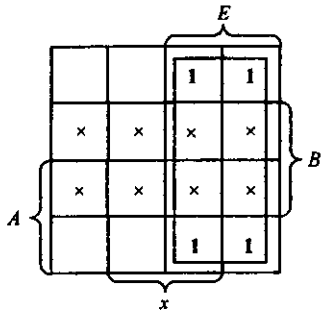


$$J_A = B\,E\,x + \overline{B}\,E\,\overline{x} = E(B\,x + \overline{B}\,\overline{x}) = E.\overline{(B \oplus x)}$$

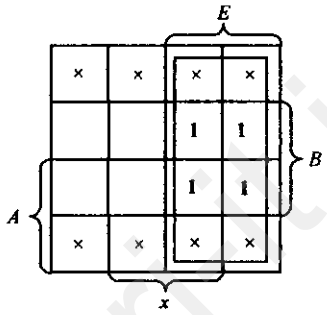


$$K_A = B\,E\,x + \overline{B}\,E\,\overline{x} = E(B\,x + \overline{B}\,\overline{x}) = E\,\overline{(B \oplus x)}$$

www.tanavarit.ir

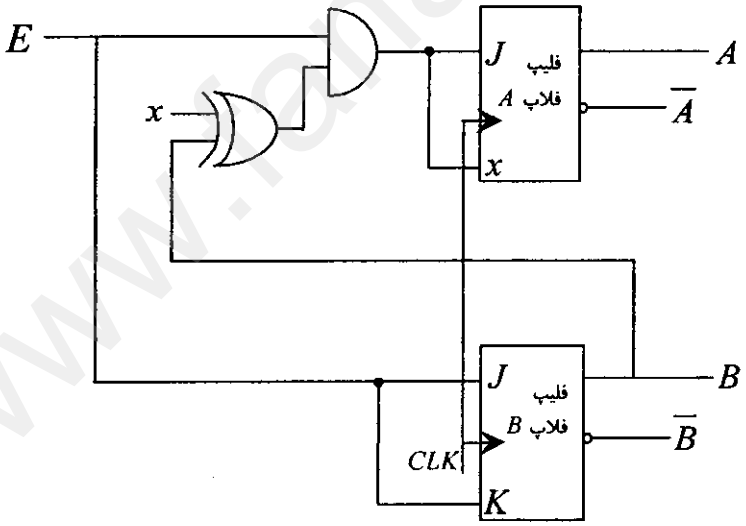


$J_B = E$



$K_B = E$

بنابراین $J_A = K_A = E.(\overline{B \oplus x})$ ، $J_B = K_B = E$ می باشد و نمودار مدار ترتیبی خواسته شده به صورت زیر است :



www.tanavar.ir

فصل نهم

۱- محتوای یک ثبات ٤ بیتی در آغاز 1101 است . ثبات شش بار بـا ورودی سـریال 101101 به راست جابجا می شود . محتوای ثبات پس از هر جابجایی چیست ؟

جواب : در اولین جابجایی به راست (شیفت به راست) ابتدا بیت سمت راسـت ثبـات (کـه محتـوی 1 است) از ثبات خارج شده و سه بیت دیگر هر کدام به بیت سمت راست خـود منتقـل مـی شـوند سـپس اولین رقم از ورودی سریال (که 1 می باشد) به بیت سمت چپ ثبـات وارد مـی شـود بنـابراین پـس از اولین شیفت به راست محتوای ثبات برابر 1110 خواهد شد . به همین صورت پس از دومـین شـیفت بـه راست محتوای ثبات برابر 0111 ، پس از سومین شیفت به راست محتـوای ثبـات برابـر 1011 ، پـس از چهارمین شیفت به راست محتوای ثبات برابر 1101 ، پس از پنجمین شیفت به راست محتوای ثبات برابـر 0110 و پس از ششمین شیفت به راست محتوای ثبات برابر 1011 خواهد شد .

www.iranaveri-it.ir

۲- یک شیفت رجیستر ٤ بیتی با بار شدن موازی را با استفاده از فلیپ فلاپ D و دو ورودی load , shift بگونه ای طراحی نمایید که شرایط زیر را داشته باشد :

وقتی shift = 1 است محتوای ثبات یک مکان جابجا می شود .

وقتی shift = 1 , load = 1 داده جدید وارد شیفت رجیستر می گردد .

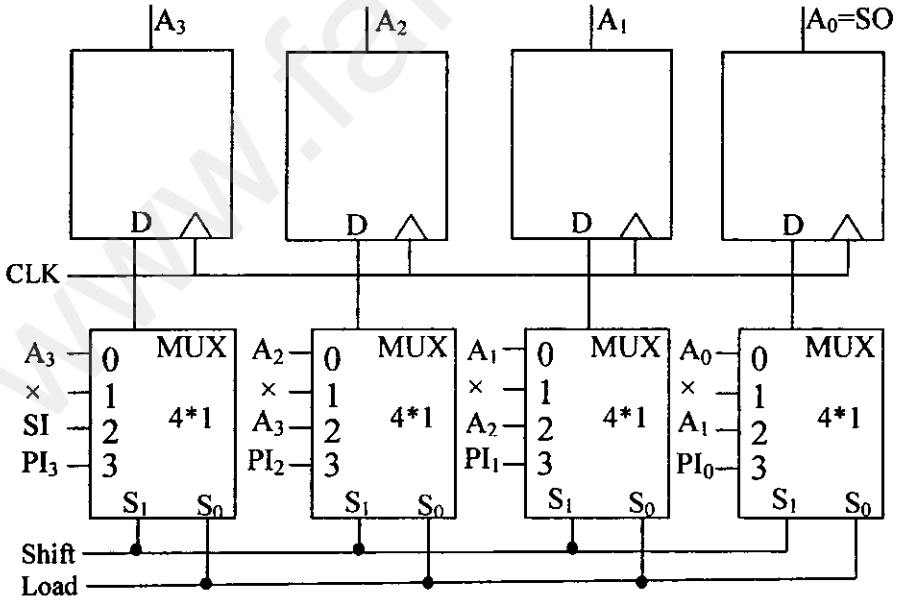
اگر هر دو ورودی کنترل برابر 0 باشند ، محتوای ثبات تغییر نمی کند .

جواب : مدار شیفت رجیستر خواسته شده به همراه جدول درستی آن در صفحه بعد رسم شده است .

در ردیف دوم جدول درستی عملکرد مدار بی اهمیت (dont – care) است زیرا صورت سوال عملکرد مدار را در این حالت تعیین نکرد و فرض بر این است که این حالت (shift=0 load=1,) هرگز رخ نمی دهد . PI_3 , PI_2 , PI_1, PI_0 ورودی های موازی شیفت رجیستر هستند .

SI ورودی سریال (serial Input) و SO خروجی سریال (serial output)می باشند ضمناًمجموعه A_3 , A_2 , A_1, A_0 خروجی های موازی را تشکیل می دهند .

Shift	Load	عملکرد شیفت رجیستر
0	0	محتوای ثبات تغییرنمی‌کند
0	1	×
1	0	شیفت به راست
1	1	ورود داده جدید به صورت موازی



www.ranavarnet.ir

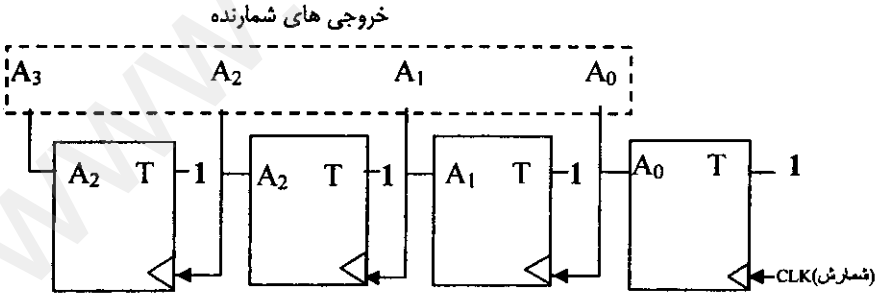
هنگامی که shit = load = 0 است در مولتی پلکسر سمت چپ ، A_3 به عنوان خروجی انتخاب شده و به ورودی فلیپ فلاپ متناظرش منتقل می شود لذا در این حالت محتوای این فلیپ فلاپ بدون تغییر باقی می ماند . بقیه فلیپ فلاپ ها نیز به همین صورت محتوای خود را حفظ کرده و بنابراین در حالت shit = load = 0 محتوای ثبات بدون تغییر باقی می ماند . هنگامی که load = 0 , shift = 1 بیت SI به فلیپ فلاپ سمت چپ وارد شده و بقیه فلیپ فلاپها ، مقدار فلیپ فلاپ سمت چپ خود را به عنوان ورودی دریافت می کنند لذا در این حالت عمل شیفت به راست انجام می شود . هنگامی که shift = load = 1 باشد $PI_3 , PI_2 , PI_1 , PI_0$ که ورودی های موازی هستند ، همزمان با هم به فلیپ فلاپهایA_0 , A_1 , A_2 , A_3 منتقل می شوند یعنی عمل بار شدن به صورت موازی(همزمان) انجام می گیرد .

۳- نمودار منطقی یک پایین شمار موج گونه دو دویی ٤ بیتی را ۲ بار با فلیپ فلیپهای زیر را رسم کنید :

فلیپ فلاپهایی که در لبه مثبت ساعت تریگر می شوند .

فلیپ فلاپهایی که در لبه منفی ساعت تریگر می شوند .

جواب : می دانیم هنگامی که ورودی فلیپ فلاپ نوع T برابر 1 باشد در هر کلاک ، خروجی آن متمم می شود . اعداد دودویی 1111 تا 0000 در جدول صفحه بعد مرتب شده اند . در ستون A_0 ، مرتباً مقدار A_0 متمم می شود یعنی در هر بار شمارش ، خروجی فلیپ فلاپ A_0 باید متمم شود بنابراین کلاک (CLK) را به فلیپ فلاپ A_0 متصل می کنیم تا در هر لبه مثبت کلاک ، A_0 تغییر مقدار دهد . در ستون A_1 جدول ، هنگامی مقدار A_1 تغییر می کند که A_0 از 0 به 1 تغییر مقدار دهد به عبارت دیگر هنگامی A_1 تغییر می کند که A_0 یک لبه مثبت تولید کند بنابراین A_0 را به عنوان کلاک به A_1 وصل می کنیم . با استدلالی مشابه ، A_1 را به A_2 و A_2 را به A_3 متصل می کنیم تا شمارنده نزولی خواسته شده ، بوسیله فلیپ فلاپهایی که در لبه مثبت ساعت تریگر می شوند به صورت زیر تولید شود :

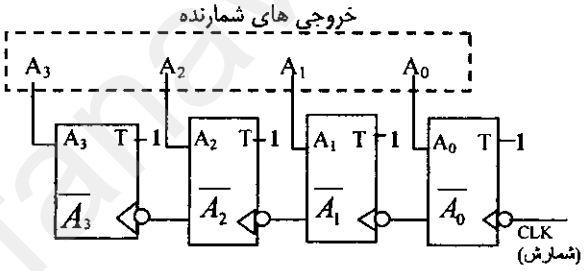


(نمودار پایین شمارساخته شده با فلیپ فلاپهای حساس به لبه مثبت)

برای طراحی شمارنده بوسیله فلیپ فلاپهای حساس به لبه منفی ، ابتدا clk را به فلیپ فلاپ A_0 متصل می کنیم زیرا مقدار A_0 در هر بار شمارش باید متمم شود . مقدار A_1 هنگامی تغییر می کند که مقدار A_0 از 0 به 1 تغییر یابد به عبارت دیگر $\overline{A_0}$ از 1 به 0 تغییر یابد ($\overline{A_0}$ یک لبه منفی تولید کند)

بنابراین $\overline{A_0}$ را به عنوان کلاک به A_1 متصل می کنیم در این صورت هنگامی که $\overline{A_0}$ یک لبه منفی تولید کند ، A_1 متمم خواهد شد . به همین صورت $\overline{A_1}$ را به A_2 و $\overline{A_2}$ را به A_3 متصل می کنیم تا مدار پایین شمار بدست آید :

A_3	A_2	A_1	A_0
1	1	1	1
1	1	1	0
1	1	0	1
1	1	0	0
1	0	1	1
1	0	1	0
1	0	0	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	1	0
0	1	0	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	1	0
0	0	0	1
0	0	0	0



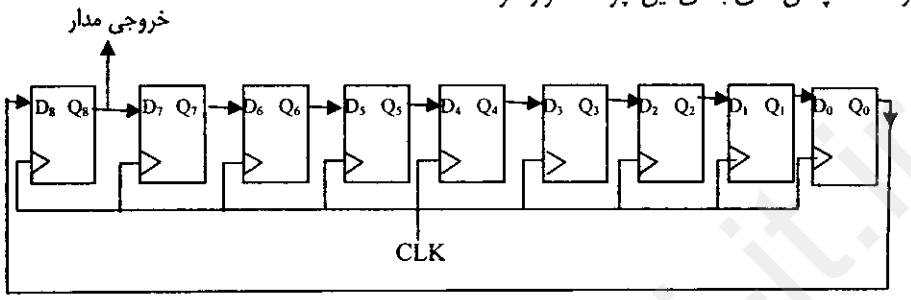
(نمودار پایین شمارساخته شده با فلیپ فلاپهای حساس به لبه منفی)

٤ – یک مدار زمانبندی که یک سیگنال خروجی را به مدت هشت پالس ساعت نگهداری می کند ، طراحی نمایید . سیگنال شروع حالت 1 را خارج می کند و پس از هشت سیکل ساعت سیگنال به حالت 0 باز می گردد .

جواب : برای طراحی این مدار به ۹ عدد فلیپ فلاپ نوع D نیاز داریم که یک شیفت رجیستر ۹ بیتی را تشکیل می دهند برای اینکه سیگنال خروجی به مدت ۸ پالس ساعت مقدار " 1 " داشته باشد باید مقدار اولیه ۸ تا از فلیپ فلاپها " 1 " و مقدار اولیه یکی از آنها " 0 " باشد به عنوان مثال مقدار اولیه می تواند به صورت $D_8\ D_7\ D_6\ D_5\ D_4\ D_3\ D_2\ D_1\ D_0 = 011111111$ باشد در صورت انتخاب این مقدار اولیه، خروجی فلیپ فلاپD_8به عنوان خروجی مدار لحاظ خواهد شد.قبل از اعمال اولین کلاک پالس به مدار، خروجی D_8برابر0 است اما با اعمال اولین کلاک پالس به مدار، خروجی

www.ranavari-it.ir

D_8برابر 1خواهد شد وبه مدت ۸ کلاک پالس، این مقدار حفظ خواهدشد(دقت کنید که شیفت رجیستر در هر کلاک پالس یک جابجایی به راست دارد) با اعمال کلاک پالس نهم به مدار،خروجیD_8برابر0شده ودر کلاک پالس های بعدی این چرخه تکرار خواهد شد.



۵ – شمارنده ای را با استفاده از فلیپ فلاپهای JK و با رشته دودویی 0 , 1 , 2 , 4 , 6 طراحی نمایید .

جواب : ابتدا جدول حالت شمارنده مورد نظر را تشکیل می دهیم(درصفحه بعد) . این شمارنده به سه فلیپ فلاپ A , B , C احتیاج دارد . با توجه به جدول تحریک فلیپ فلاپ JK ، ستونهای مربوط به" ورودی های فلیپ ها "را در جدول حالت کامل می کنیم به عنوان مثال در سطر اول ، حالت فعلی و حالت بعدی فلیپ فلاپ A هر دو برابر 0 هستند لذا طبق جدول تحریک× = K_A , 0 = J_A بدست خواهد آمد . در همین سطر حالت فعلی فلیپ فلاپ C برابر 0 و حالت بعدی آن 1 است لذا طبق جدول تحریک باید × = K_C , 1 = J_C باشد . پس از کامل شدن جدول حالت می بینیم که در ستونهای K_B , K_C فقط مقادیر 1 , × (بی اهمیت)لذا مقادیر بی اهمیت را برابر 1 فرض می کنیم و داریم1 = K_B = K_C اما توابع J_A , K_A , J_B , J_C را بوسیله نقشه های کارنو سه متغیره بدست می آوریم . دقت کنید که در مربع های شماره 3 , 5 , 7 علامت × قرار می دهیم زیرا شمارنده این ارقام را نمی شمارد و لذا این ارقام بی اهمیت اند .

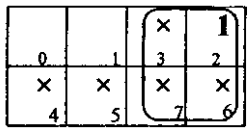
	حالت فعلی	حالت بعدی	ورودی های فلیپ فلاپها					
	A B C	A B C	J_A	K_A	J_B	K_B	J_C	K_C
m_0	(0 0 0) =0	(0 0 1) =1	0	×	0	×	1	×
m_1	(0 0 1) =1	(0 1 0) =2	0	×	1	×	×	1
m_2	(0 1 0) =2	(1 0 0) =4	1	×	×	1	0	×
m_4	(1 0 0) =4	(1 1 0) =6	×	0	1	×	0	×
m_6	(1 1 0) =6	(0 0 0) =0	×	1	×	1	0	×

(جدول حالت شمارنده)

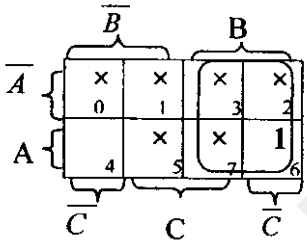
$A_t \rightarrow A_{t+1}$	J	K
0 → 0	0	×
0 → 1	1	×
1 → 0	×	1
1 → 1	×	0

(جدول تحریک فلیپ فلاپ jk)

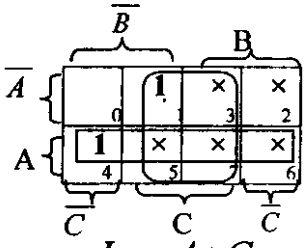
www.tamavari-it.ir



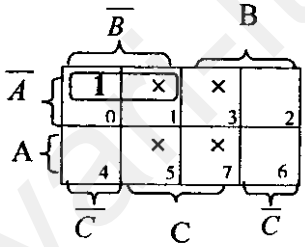
$J_A = B$



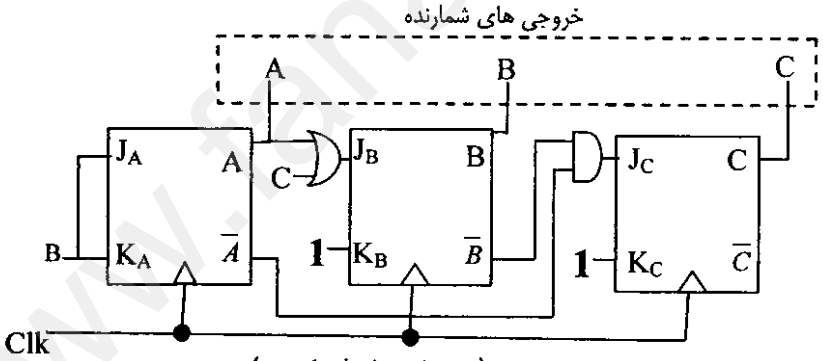
$K_A = B$



$J_B = A + C$



$J_C = \overline{AB}$



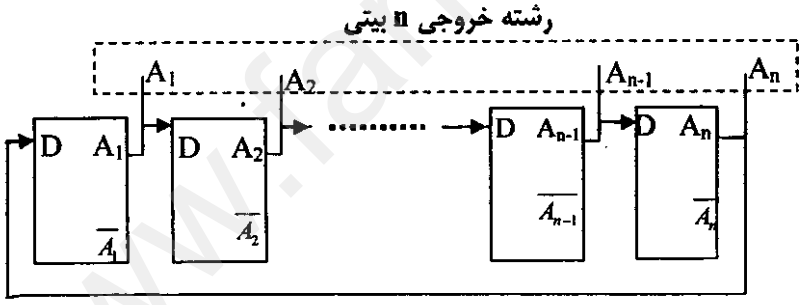
(نمودار مدار شمارنده)

٦ – نشان دهید که یک شمارنده جانسون با n فلیپ فلاپ یک رشته 2n حالتی تولید می کند.

جواب : شکل زیر یک شمارنده جانسون با n فلیپ فلاپ را نشان می دهد (گیتهای مربوط به دیکد کردن رسم نشده اند) در ابتدا همه فلیپ فلاپها مقدار 0 دارند . لذا $\overline{A_n} = 1$ است که در کلاک پالس اول در اثر عمل شیفت به راست، به A_1 منتقل شده و A_{n-1} که برابر 0 است به A_n منتقل می شود بنابراین در عمل شیفت دوم ، یک 1 دیگر به A_1 منتقل شده و 1 قبلی که در A_1 بود به A_2 می رود به

www.iranavarit.ir

همین ترتیب پس از n بار عمل شیفت به راست آنقدر از سمت چپ ، 1 وارد می شود تـا همـه بیتهـا (از جمله A_n) برابر 1 شوند ضمناً در هر بار عمل شیفت ، مقادیر A_1 تا A_n یک رشـته تولیـد خواهنـد کـرد بنابراین تا اینجا n رشته تولید شده است . در ادامه $\overline{A_n} = 0$ به A_1 منتقل شـده و پـس از n بـار عمـل شیفت دیگر ، آنقدر 0 از سمت چپ وارد می شود تا دوباره مقدار همه فلیپ فلاپها برابر 0 شـود . در ایـن n عمل شیفت نیز n رشته دیگر تولید می شود بنابراین در کل n ۲ رشته توسط شمارنده جانسون تولیـد می شود تا دوباره مقدار همه فلیپ فلاپها 0 شود .



www.ranavari-it.ir