Subject:

Year. Month. Date. ( )

$(\quad)(\quad) = 0$

مثلاً $y = x$ d

جواب غیرعادی دیفرانسیل دارد

جواب عمومی نباید حذف شود

وگرنه غلط می شود

$F(x, y, y') = 0$ معادلاتی که نسبت به مشتق حل می شود:

حالت 1 $F(y') = 0$ $\ln y' - \sin y = 0$ تابع فقط تابعی از y' باشد

$y'^7 - 3y'^6 + 4y'^4 - 3y'^2 + y' - 1 = 0$

زمانی می توان حل کرد که معادله لااقل دارای یک ریشه حقیقی $y' = k$ باشد

$\Rightarrow F(k) = 0 \qquad y = kx + c \Rightarrow k = \frac{y-c}{x} \Rightarrow F\left(\frac{y-c}{x}\right) = 0$

$y' - 2 = 0 \Rightarrow \frac{y-c}{x} - 2 = 0$

جمع توابع پیوسته، پیوسته است

$\ln y' - \sin x = 0$

π + + + > لااقل یک ریشه حقیقی دارد $\Rightarrow \ln \frac{y-c}{x} = \sin \frac{y-c}{x}$

$\frac{\pi}{4}$ −

$y'^7 - 3y'^6 + 4y'^4 - 3y'^2 + y' - 1 = 0 \qquad \left(\frac{y-c}{x}\right)^7 - 3(\quad) \cdots - 1 = 0$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$f(x, y, y')$

$$\begin{cases} F(x, y, c) = 0 & \text{جواب عمومی} \\ \dfrac{\partial F}{\partial c} = 0 \end{cases}$$

اگر معادله‌ای نسبت به مشتق حل نشود معمولاً به فرم پارامتری مطرح می‌شود.

حالت اول

$f(y, y') = 0$

$y = f(y')$

$y' = p \Rightarrow dy = p\,dx$

$dy = f'(p)\,dp$

$$p\,dx = f'(p)\,dp \longrightarrow \begin{cases} y = f(p) \\ x = \displaystyle\int \frac{f'(p)}{p}\,dp + c \end{cases}$$

$$y = y'^2 e^{y'}$$

$$y = p^2 e^p \rightarrow p\,dx = e^p (2p + p^2)\,dp \qquad p(\quad) = 0$$

$p = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow$ درمعادله صدق می‌کند و چون y وابسته به C نیست جواب غیرعادی است

$$\begin{cases} y = p^2 e^p \\ x = e^p + pe^p + c \end{cases}$$

PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

PAPCO

Subject:

Year. Month. Date. ( )

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

حالت دوم

$x = f(y')$

$y' = p \quad \rightarrow \quad dx = \frac{1}{p}\, dy$

$$\begin{cases} x = f(p) \\ y = \int p\, f'(p)\, dp + c \end{cases}$$

$\rightarrow dx = f'(p)\, dp$

$\frac{1}{p}\, dy = f'(p)\, dp$

۱- جواب عمومی کدام است

$x = 2y' + \sin y'$

$$\begin{cases} x = 2p + \sin p \\ y = p^2 + p\sin p + \cos p + C \end{cases}$$

$\frac{1}{p}\, dy = (2 + \cos p)\, dp$

$p \neq 0$

حالت سوم

$x = f(y, y')$

$y' = p \rightarrow dx = \frac{1}{p}\, dy$

$x = f(y, p)$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$x = 4y^2 + e^{y'} - \cos y'$

$$\begin{cases} x = 4y^2 + e^p - \cos p \\ \\ \textcircled{} \leftarrow \text{نتیجه حل برای حذف } p \end{cases}$$

$\frac{1}{p}\, dy = 8y\, dy + (e^p + \sin p)\, dp$

$(-\frac{1}{p} + 8y)\, dy + (e^p + \sin p)\, dp = 0$ نسبت به مشتق حل می‌شود

حالت چهارم:

$y = f(x, y')$

$y' = p \rightarrow dy = p\,dx$

$$\begin{cases} y = f(x, p) \\ \\ \end{cases}$$

$y = x^2 y'^2 + y'^3 \rightarrow \begin{cases} y = x^2 p^2 + p^3 \\ \\ \leftarrow \text{برای حذف } p \text{ وارد شود} \end{cases}$

$p\,dx = 2xp^2\,dx + (2px^2 + 3p^2)\,dp$ نتیجه حل معادله

مهم ۹۰٪ معادله کلرو :

صورت کلی : $y = xy' + f(y')$

در معادله کلرو به جای y' قرار دهیم p معادله حل می‌شود $y = xp + f(p)$

$dy = p\,dx = p\,dx + (x + f'(p))\,dp = 0$

جواب غیر عادی مسئله $x + f'(p) = 0$

جواب $dp = c$

$\Rightarrow y = xc + f(c)$

نسبت به c $y' = 0 = x + f'(c)$

جواب غیرعادی به فرم پارامتری

$$\begin{cases} y = xp + f(p) \\ x = -f'(p) \end{cases} \Rightarrow y = -xf'(p) + f(p)$$

این دستگاه جواب غیر عادی را می‌دهد اگر p حذف شد

اگر p حذف نشد جواب غیر عادی به فرم پارامتری است

اگر از جواب عمومی نسبت به c مشتق بگیریم و c ماند جواب غیر عادی به فرم پارامتری و c حذف شد به " " است

۱- جواب عمومی

$y = xy' + \sqrt{y'}$

$y = xc + \sqrt{c}$

2- جواب غیرعادی

$y = xy' - y'^3$

$y = xc - c^3$

$x = 3c^2$

جواب $27y^2 = 4x^3$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

4- پوش کدام است: جواب غیرعادی

$y = xy' + \frac{1}{y'}$ $\qquad y = xc + \frac{1}{c}$

$x = \frac{1}{c^2}$ $\qquad y^2 = x + x + 2x = 4x$

5: جواب غیرعادی

$$y = xy - \frac{y^2}{4}$$

$$\begin{cases} y = xc - \frac{c^2}{4} \\ x = \frac{c}{2} \end{cases} \qquad y = x^2$$

6: جواب غیرعادی

$$y = xy' + \cos y'$$

$$\begin{cases} y = xc + \cos c \\ x = \sin c \end{cases} \qquad y = x\sin^{-1}x + \sqrt{1-x^2}$$

معادله لاگرانژ: بحث جواب عمومی پارامتری است

$y = xh(y') + f(y')$ $\qquad$ مثال $\qquad y = xy'^2 + y'$

$$\begin{cases} y = xh(p) + f(p) \\ x = \varphi(p, c) \end{cases} \qquad \begin{cases} y = xp^2 + p \\ x = \dots \end{cases}$$

$$p\,d(x) = h(p)dx + (\underline{\underline{x}}\,h'(p) + f'(p))dp$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$dy = p\,dx = p^2 dx + (2px+1)\,dp$$ به صورت یک معادله خطی نسبت به x حل شود

$$\underbrace{p(1-p)}\,dx = (2px+1)\,dp$$

$$\frac{dx}{dp} + x\frac{2}{p-1} = \frac{1}{p(1-p)}$$

$$2\ln(p-1) \qquad\qquad x = \frac{1}{(p-1)^2}\left\{\int \frac{1-p}{p}\,dp + c\right\}$$

$$\left.\begin{array}{ll} p=0 & y=0 \\ p=1 & y=x+1 \end{array}\right\}$$ دو جواب غیرعادی

$$y'^{\,n} + y'^{\,n-1} f_1(x,y) + \dots + f_n(x,y) = 0$$

$$(y' - h_1(x,y))(y' - h_2(x,y)) \dots (y' - h_n(x,y)) = 0$$

$$y' = h_i(x,y) \qquad i = 1 \dots n$$

برای هر یک c داریم

$$\varphi_i = f(x,y,c)$$

$\varphi_1\, \varphi_2 \dots \varphi_n$ جواب عمومی

[redacted]

Subject:
Year. Month. Date. ( )

معادله مرتبه دوم:

معادله‌ای که الزاماً y'' داشته باشد $F(x, y, y', y'')$

$$y'' + y' f_1(x) + y f_2(x) = f(x)$$

مرتبه دوم: خطی / غیرخطی

f_1 و f_2: ضرایب

اگر f_1 و f_2 هر دو عدد باشند => معادله خطی با ضرایب ثابت $y''+ay'+by=f(x)$

" " " هر دو یا یکی عدد نباشد => " " " " متغیر

اگر $f(x)=0$ => همگن

مرتبه دوم: خطی (ضرایب ثابت / ضرایب متغیر) / غیرخطی

ضعیف

	خطی همگن	خطی غیرهمگن	غیرخطی
	$y''+y=0$	$y''+y=1$	$yy''=xy'$
جواب	$y=\sin x$	$y=\sin x+1$	$y=x^2$
	$y=c\sin x$	غ $\cancel{y=2\sin x+2}$	غ $\cancel{y=3x^2}$

در معادلات خطی غیرهمگن و غیرخطی اگر یک جواب داشته باشیم C برابر آن جواب نیست

" " همگن " " " " " " " " " است

و این قضیه ربطی به مرتبه معادله ندارد و برای مرتبه n صادق است.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$y'' + y = 0$ | $y'' + y = 1$ | $yy'' = xy'$
$y_1 = \sin x$ | $y_1 = \sin x + 1$ | $y_1 = x^2$
$y_2 = \cos x$ | $y_2 = \cos x + 1$ | $y_2 = 4$

$y = \sin x + \cos x$ | غ $y = \cancel{\sin x + \cos x + 2}$ | غ $y = \cancel{x^2 + 4}$

+ در معادلات خطی غیرهمگن و غیرخطی جمع جوابها جواب نیست
+ " " " همگن " " " است و برای مرتبه n صادق است

معادلات خطی همگن

جواب $\begin{cases} y_1 & c_1y_1 \\ y_2 & c_2y_2 \end{cases} \Rightarrow y = c_1y_1 + c_2y_2 =$ جواب

جواب عمومی است به شرط اینکه دو بار را مشتق داشته باشد و از دوتا کمتر نباشد.

n جواب ~~بصورت~~ n " n "

شرط اینکه $c_1y_1 + c_2y_2$ جواب عمومی باشد اینست که y_1 و y_2 مستقل از هم باشند

$\Rightarrow \frac{y_1}{y_2} \neq k$ مقدار ثابت

$c_1y_1 + c_2y_2 + c_3y_3 + \dots + c_ny_n$

اگر y_1 تا y_n جوابهای یک معادله خطی همگن باشند $y_1, y_2, \dots, y_n$ استقلال دارند اگر

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$W=\begin{vmatrix} y_1 & y_2 & \cdots & y_n \\ y_1' & y_2' & \cdots & y_n' \\ \vdots & & & \\ y_1^{(n-1)} & \cdots & \cdots & y_n^{(n-1)} \end{vmatrix} \neq 0$$

مستقل $$\begin{vmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{vmatrix} = 1$$

مستقل $$\begin{vmatrix} x & x^2 \\ 1 & 2x \end{vmatrix} = x^2$$

استقلال ندارند $$\begin{vmatrix} x & 4x \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

۱- اگر y_1 و y_2 دو جواب مستقل خطی برای معادلهٔ $y''+y'f_1(x)+yf_2(x)=\cancel{R(x)}\,0$ باشند آنگاه رابطه زیر

$$y_1y_2'-y_2y_1' \qquad \begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix} \neq 0$$

1 بیشتر از صفر است
2 کمتر " " "
3 مخالف " " ✓
4 برابر " "

Subject:
Year. Month. Date. ( )

۲ـ کدام یک از زیر مجموعه‌های زیر وابسته هستند

1. $1 , e^{x} , e^{2x}$
2. $\sin x , \cos x$
3. x , xe^{x}
4. $1 , \cos 2x , \sin^2 x$ ✓

$$\begin{vmatrix} 1 & \cos 2x & \sin^2 x \\ & & \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \end{vmatrix} = 0$$

معادله خطی همگن با ضرایب ثابت:

$y'' + ay' + by = 0$

$y' + ay = 0$

$\frac{dy}{y} = -a\,dx$

$y = ce^{-ax}$

$y = e^{tx}$

$\Rightarrow e^{tx}(t^2 + at + b) = 0 \Rightarrow (t^2 + at + b) = 0$ معادله مفسر

ریشه‌ها را پیدا کرده در جواب می‌گذاریم

ریشه‌ها

۱ـ $\Delta > 0 \Rightarrow t_1 \neq t_2 \in R$

$\Rightarrow$ یک جواب $e^{t_1 x}$

$\Rightarrow$ یک جواب $e^{t_2 x}$

$\frac{e^{t_1 x}}{e^{t_2 x}} = e^{(t_1 - t_2)x} \neq 0$ مستقل هستند $\Rightarrow y = c_1 e^{t_1 x} + c_2 e^{t_2 x}$

$y'' - 2y' - 3y = 0 \qquad t^2 - 2t - 3 = 0$

$3 , -1 \qquad y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-x}$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$y'' - 4y = 0$

$\pm 2 \qquad y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x}$

$y'' - 2y' = 0$

$0, 2 \qquad \Rightarrow y = c_1 + c_2 e^{2x}$

$t(t-1)(t+1)(t-2) = 0$ معادله مشخصه یک معادله دیفرانسیل

$c_1 + c_2 e^{x} + c_3 e^{-x} + c_4 e^{2x}$

تا وقتی که n ریشه حقیقی متمایز داریم جواب به صورت بالا محاسبه می‌شود

2: $\Delta = 0$ ⇐ t یک ریشه

$y = (c_1 + c_2 x) e^{tx}$

مثال $y'' - 4y' + 4y = 0 \Rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow t = 2$

$D^2 - 4D + 4$

$y = (c_1 + c_2 x) e^{2x}$

پرانتز : نماد اپراتوری

$D = \frac{d}{dx} \Rightarrow y' = \frac{d}{dx} y$

$D^2 = \frac{d^2}{dx^2} \qquad y'' = \frac{d^2}{dx^2} = D^2 y$

$\vdots \qquad \vdots$

$D^n = \frac{d^n}{dx^n} \qquad y^{n} = D^n y$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$y'' - 4y' + 4y = 0 \Rightarrow D^2 y - 4Dy + 4y = 0$$

$$(D^2 - 4D + 4)\,y = 0 \Rightarrow (D-2)^2 y = 0 \qquad D = 2$$

مثال:

$$D\,(D-1)(D-2)^3\, y = 0$$

2,2,2 = ریشه ‌ 1 ریشه ‌ 0 ریشه صفر

$$y = c_1 + c_2 e^{x} + (c_3 + c_4 x + c_5 x^2)\, e^{2x}$$

3 : $\Delta < 0$ $\quad p \pm iq \quad , \quad q \neq 0$

$3 \pm \sqrt{-4}\,i$

$c_1 \times e^{(p+iq)x}$ یک جواب $\quad = e^{px}(c_1 \cos qx + c_1 i \sin qx)$

$+$

$c_2 \times e^{(p-iq)x}$ جواب دیگر $\quad = e^{px}(c_2 \cos qx - c_2 i \sin qx)$

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$

$$\Rightarrow y = e^{px}(A\cos qx + B\sin qx)$$

A و B حقیقی و ... y ها کاملاً حقیقی

$A = c_1 + c_2 \qquad\qquad A = c_1 + c_2$

$i \times (B = i(c_1 - c_2)) \qquad\qquad -i \times (B = i(c_1 - c_2))$

$\frac{1}{2}(A + iB) = c_2 \qquad\qquad \frac{1}{2}(A - iB) = c_1$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال: $(D+1)(D-1)^2(D^2+1)(D^2-2D+5)y=0$ معادله از مرتبه 7 است

$-1 \quad 1 \quad \pm i \quad 1\pm 2i$

$\beta=0$, $q=1$

$$y=c_1e^{-x}+(c_2+c_3x)e^{x}+c_4\cos x+c_5\sin x+e^{x}(c_6\cos 2x+c_7\sin 2x)$$

1- $y''+2y'+10y=0 \qquad -1\pm 3i$

$y=e^{-x}(c_1\cos 3x+c_2\sin 3x) \qquad y=Ae^{-x}\sin(3x+\alpha)$

$$y=e^{-x}(\underbrace{A\sin 3x \, A\cos\alpha}_{c_2}+\underbrace{A\cos 3x\sin\alpha}_{c_1})$$

2- مقدار a و b چه باشد تا $y_1=e^{-2x}$ و $y_2=e^{3x}$ دو جواب مستقل خطی معادله زیر باشد؟

$(t+2)(t-3)=0$ معادله مفسر $\Rightarrow t^2-t-6=0 \Rightarrow y''-y'-6y=0$

$ab=6$

3- ضرب y و y' در معادله دیفرانسیل مرتبه دو که دو جواب مستقل آن e^{2x} و e^{-x} باشد کدام است

$(t-2)(t+1)=0 \qquad t^2-t-2=0 \qquad y''-y'-2y=0$

$-1y' \quad -2y$

4: کدام یک از توابع زیر در معادله دیفرانسیل $y''+2y'+2y=0$ صدق می‌کند

$y=e^{-t}(\cos^2 t-\sin^2 t) \qquad y=e^{-t}(\cos t+i\sin t)^2$

$y=2e^{-t}\sin t\cos t \qquad \checkmark\, y=e^{-t}(\cos t+\underline{\underline{t}}\sin t)$ صدق نمی‌کند

نداریم

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$-1 \pm 2i$

$e^{-x} \cos 2x$

$e^{-x} \sin 2x$

5: برای آنکه معادله زیر خطی باشد:

$x^n y'' + y' + f(x) y'^m = 0$

1. $m=1$ ✓
2. $n=0$ و $m=1$
3. $n=0$
4. $n=m=0$

$y'' + f_1(x) y' - f_2(x) y = f(x)$

معادله دیفرانسیل خطی غیر همگن:

$y'' + f_1(x) y' + f_2(x) y = f(x)$

$y'' + a y' + b y = f(x)$

$y = y_h + y_p$

y_h = جواب عمومی معادله همگن متناظر $y_h = c_1 y_1 + c_2 y_2$

y_p = یک جواب ساده بدون پارامتر معادله

— معادله با ضرایب ثابت $y'' + a y' + b y = f(x)$

حل از راه مشتق گیری

که بهتر با حفظ قضیه

روشهای y_p:
- ضرایب نامعین
- اپراتورهای معکوس
- عمومی (تغییر پارامتر)

معایب: فقط برای معادلات با ضرایب ثابت و برای هر تابع $f(x)$ می‌توان استفاده کرد و فقط برای تابع‌های مشخص صادق است

معایب بالا را ندارد

حل از راه انتگرال گیری

PAPCO

الهه کاظمی زاده مکانیک

Subject:
Year. Month. Date. ( )

تعیین y_p با استفاده از روش ضرایب نامعین:

1- $f(x) = M(x)$ و $M(x)$ یک چند جمله‌ای از درجه n

$y'' - 2y' + 3y = 5$ یا $5x$ یا $4x^2 - 3$

$\Rightarrow y_p = x^m$ (یک چند جمله‌ای کامل از درجه n)

m تعداد ریشه‌های صفر معادلهٔ مفسر.

مثال $y'' - 2y' + 3y = 5$

5 درجه صفر ⇐ چند جمله‌ای از درجه صفر

$m = 0$

$y_p = Ax^0 = A$

در معادله $0 - 0 + 3A = 5 \Rightarrow A = \frac{5}{3}$

مثال $y'' - 2y' + 3y = 5x$

$y_p = Ax + B$

در معادله $0 - 2A + 3Ax + 3B = 5x \Rightarrow \begin{cases} 3A = 5 \\ -2A + 3B = 0 \end{cases}$

مثال

$D^2(D-1)y = 7x^2 + 3$

0 دوبار ریشه معادله مفسر است

$y_p = x^2 (Ax^2 + Bx + C)$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\dots = f_1 + f_2 + \dots + f_n$$

$$y_{p_1} + y_{p_2} + \dots + y_{p_n}$$

2: اگر $f(x) = e^{P(x)} \mathcal{U}(x)$

m تعداد ریشه‌های p معادله مفسر $\Rightarrow y_p = x^m e^{px} \times$ (یک چندجمله‌ای کامل از درجه n)

p = ریشه چندبار

مثال: $y'' - 2y' - 3y = 5e^{x}$ $\quad p=1$

3 و -1 $\qquad$ 1 ریشه معادله مفسر نیست $\Rightarrow m=0$

$y_p = Ae^{x}$

در معادله $\quad A - 2A - 3A = 5 \quad \Rightarrow A = -4$

$$y'' - 2y' - 3y = 5e^{x} + 2xe^{-x} + 7x \qquad p=-1$$

$f_1 \qquad f_2$ یکبار

$y_{p_1} = Ae^{x} \qquad y_{p_2} = xe^{-x}(Bx+C) \qquad y_{p_3} = Dx + E$

در معادله گذاشته شود و معادل با $2xe^{-x}$ قرار گیرد

مثال: $D(D-1)^3(D+1)y = x^2 + 4xe^{x} + 7x^2e^{-x} + 5e^{2x}$

$y_{p_1} = x(Ax^2 + Bx + C)$

$y_{p_2} = x^3e^{x}(A_1x + B_1)$

$y_{p_3} = xe^{-x}(A_2x^2 + B_2x + C_2)$

$y_{p_4} = A_3e^{2x}$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$f_{(x)} = M_{(x)} \cos qx + N_{(x)} \sin qx$:3

$y_p = x^m \left(R_{(x)} \cos q(x) + S_{(x)} \sin q(x) \right)$

* m : تعداد ریشه های $\pm iq$ معادله مفسر .

* R و S دو چند جمله ای از درجه n و n بزرگترین درجه N و M است .

مثال $y'' + 4y = x \cos 2x + 7 \sin 3x$

$\pm 2i \qquad \pm 2i \qquad \pm 3i$

$y_{p_1} = x\left((Ax+B) \cos 2x + (A_1 x + B_1) \sin 2x \right)$

$y_{p_2} = A_2 \cos 3x + B_2 \sin 3x$

$f_{(x)} = e^{px}\left(M_{(x)} \cos qx + N_{(x)} \sin qx\right)$ 4

$y_p = x^m e^{px} \left(R_{(x)} \cos qx + S_{(x)} \sin qx \right)$

m تعداد ریشه های $p \pm iq$ معادله مفسر .

مثال : $D(D^2+1)(D^2-2D+5)(D^2+2D+10)^2 y = x + x\cos x + x^2 e^x \sin 2x + 5e^{-x} \sin 3x + xe^x \cos 3x$

($\pm i \qquad 1 \pm 2i \qquad -1 \pm 3i$)

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$$y_{P_1} = x(Ax+B)$$

$$y_{P_2} = x\left((A_1x+B_1)\cos x + (A_2x+B_2)\sin x\right)$$

$$y_{P_3} = xe^{x}\left((A_3x^2+B_3x+C_3)\cos 2x + (A_4x^2+B_4x+C_4)\sin 2x\right)$$

$$y_{P_4} = x^2e^{-x}(A_5\cos 3x + B_5\sin 3x)$$

$$y_{P_5} = e^{x}\left((A_6x+B_6)\cos 3x + (A_7x+B_7)\sin 3x\right)$$

$y'' - 4y' = -4$ — ۱- جواب عمومی

$\overset{0}{4}$

$c_1 + c_2\cancel{e^{4x}} - x$

$c_1 + c_2\cancel{e^{4x}} + x$ ✓

$c_1\cancel{\cos 2x} + c_2\cancel{\sin 2x}$ ✓

$c_1x\cancel{e^{4x}} + x^2$

$y'' - 4y' + 3y = e^{3x}$ — 2- ۲ نیست ۱ ریشه هست

$1, 3$

$y = Ae^{x} + \cancel{Be^{2x}} + \frac{1}{2}xe^{3x}$

$y = Ae^{x} \cancel{+Be^{2x}} + xe^{3x}$

$y = Ae^{x} + Be^{3x} + \frac{x}{2}e^{3x}$

$y = Ae^{x} \cancel{+Be^{3x}} + x^2\cancel{\frac{2^{3x}}{e}}$ — دو تا ریشه معادله مشخصه است

Subject:

Year. Month. Date. ( )

$(D^2-1)y = 8xe^x$: 3

$1 , -1$

$y = c_1 e^x + c_2 e^{-x} + \cancel{\cos x}\ y$

$y = c_1 \cos \cancel{x + c_2} \sin x + \frac{x}{2} \sin x$

$y = e^{2x}(\cancel{c_1 + c_2 x} + \frac{x^2}{2})$

✓ $y = c_1 e^{-x} + \underbrace{e^x(c_1 - 2x + 2x^2)}$

$y_p = xe^x(Ax+B)$

4 : کدام گزینه یک جواب خصوصی معادله زیر است

$y''' + 2y'' + y' - 2y = e^x + \cos x$

$e^x \Leftarrow e^{1 \alpha x} \Leftarrow$ جزء ریشه‌های معادله مشخصه نیست

Ae^x

$B\cos x + C\sin x$

5 : جواب عمومی کدام است

$y'' - 4y' + 5y = 2e^{3x}$

$2 \pm i$

$y_h = e^{2x}(c_1 \cos x + c_2 \sin x)$

$y_p = Ae^{3x} \Rightarrow y_p = e^{3x}$

$y = e^{2x}(c_1 \cos x + c_2 \sin x) + e^{3x}$

$Ae^{2x}\sin(x+\alpha) - e^{3x}$ 1

$Ae^{\cancel{1x}}\sin(2x+\alpha) + e^{3x}$ 2

$\cancel{\quad}$ " $-2e^{3x}$ 3

✓ $Ae^{2x}\sin(x+\alpha) + e^{3x}$ 4

PAPCO